

Documentos de Trabajo No. 94

Julio 2019

ÍNDICE MENSUAL DE ACTIVIDAD DE LA CONSTRUCCIÓN EN
CHILE: UN MODELO PROBABILÍSTICO DE FRECUENCIAS MIXTAS

Byron J. Idrovo-Aguirre

La publicación de los Documentos de Trabajo no está sujeta a la aprobación previa de la Mesa Directiva de la Cámara Chilena de la Construcción A.G. Tanto el contenido de los Documentos de Trabajo como también el análisis y conclusiones que de ellos se deriven, son de exclusiva responsabilidad de su(s) autor(es) y no reflejan necesariamente la opinión de la Cámara Chilena de la Construcción A.G. o sus directivos.

Índice Mensual de Actividad de la Construcción en Chile: Un Modelo Probabilístico de Frecuencias Mixtas¹

Byron J. Idrovo-Aguirre^a

^a*Gerencia de Estudios Económicos, Cámara Chilena de la Construcción, Santiago, Chile*

Abstract

A diferencia de otros sectores económicos de similar importancia en el PIB agregado, como la minería y la industria, el sector de la construcción carecía de una medida de corto plazo que le permitiera conocer con mayor celeridad su desempeño más reciente. Ante esta necesidad, los trabajos de Piguillem (2004) y Tejada (2006) dieron lugar al índice mensual de actividad de la construcción (Imacon), lo que significó un incalculable progreso. No obstante, el método clásico de estimación por máxima verosimilitud, utilizado por ambos autores, es rígido a la incorporación de nuevos y recientes episodios de riesgo para el sector. Por lo que, aquí se extienden los trabajos previos al combinar la información objetiva de seis indicadores de actividad parcial de frecuencia mixta con supuestos o creencias (llamados *priors*) de la distribución de los parámetros que aproximan el estado del ciclo por el que transita la actividad de la construcción. En efecto, al ser estos *priors* susceptibles a cambios, le otorgan flexibilidad al modelo original del Imacon para evaluar escenarios de riesgo y, al mismo tiempo, adaptarse a la mayor volatilidad relativa que caracteriza a la actividad sectorial. Con este propósito, el presente trabajo utiliza inferencia bayesiana con simulaciones de Gibbs y el filtro de Kalman para estimar los parámetros del modelo espacio-estado con el que se diseña el Imacon, inspirado en los trabajos de Mariano y Murasawa (2003) y Kim y Nelson (1999).

Keywords: Modelo de espacio-estado, filtro de Kalman, inferencia bayesiana, simulaciones de Gibbs, actividad subyacente, sector construcción.

JEL: C11, C32, C43.

¹Se agradecen los valiosos comentarios de Javier Lozano. Un especial agradecimiento a Camilo Torres y Orlando Robles por su eficiente contribución en la elaboración y actualización de la base de datos. No obstante, el autor es el único responsable del contenido de la presente investigación.

Email address: bidrovo@cchc.cl (Byron J. Idrovo-Aguirre)

1. Introducción

El sector construcción es uno de los sectores más incidentes en el desempeño de la economía chilena, no sólo por su alta participación en variables claves para la política económica –tales como, el PIB², la inversión y el empleo³– sino también porque su actividad es una de las más sensibles a los avatares del ciclo económico⁴. En particular, la alta sensibilidad del sector se refleja tanto en la velocidad de reacción a los vaivenes de la economía como en la magnitud misma de su respuesta⁵; siendo en general el primero en caer ante una recesión y el primero en recuperarse frente a una reactivación del ciclo económico⁶. Además, esta dinámica ocurre con una alta volatilidad relativa, es decir, los ciclos de la actividad sectorial amplifican los ciclos de la economía. No obstante lo anterior, y a diferencia de otros sectores de similar importancia y sensibilidad a los altibajos del ciclo económico como la minería y la industria, el sector de la construcción carecía de una medida de corto plazo que le permitiera conocer con mayor celeridad su desempeño más reciente. Si bien el PIB de la construcción es un indicador razonablemente confiable⁷, su estadística es de frecuencia trimestral y su actualización es dada a conocer públicamente por el Banco Central con un rezago de dos meses. Por lo que, se debía esperar aproximadamente un período de cinco meses para poder dimensionar empíricamente el impacto de un shock sobre la actividad del sector construcción.

Ante la necesidad de contar con un indicador sectorial de corto plazo, Piguillem (2004) –basado en el trabajo original de Stock y Watson (1989)– desarrolló un índice mensual de actividad de la construcción. Este índice resume las señales objetivas de cinco subindicadores de frecuencia mensual relacionados con el sector, que son: (i) índice de venta real de proveedores de materiales; (ii) índice de despachos físicos industriales; (iii) índice de facturación de la actividad de contratistas generales; (iv) la superficie aprobada para la edificación; y (v) los ocupados del sector. El modelo inspirado en el artículo de Stock y Watson (1989) se basa en la idea de que los movimientos de los cinco subindicadores antes mencionados comparten una misma tendencia, la cual puede ser estimada como una variable no observada. Por lo que, dicha variable representa la *actividad subyacente*, término acuñado inicialmente por Stock y Watson (1989), y lo que Piguillem (2004) nombró índice mensual de actividad de la construcción (Imacon). Bajo este enfoque, el Imacon constituye una medida de pulso o termómetro de la actividad sectorial, y su interpretación no se enmarca en alguna de las definiciones tradicionales de cuentas nacionales (esto es, valor agregado de producción o valor bruto de producción). Pese a esta limitación, sin lugar a dudas la confección del índice mensual significó un incalculable progreso para el análisis del sector construcción y estableció la base sobre la cual se desarrollarían nuevos avances en torno a este indicador.

²Idrovo (2013) estima que por cada 10% de crecimiento de la inversión en infraestructura –que representa el 70% de la inversión en construcción–, el PIB de la economía aumenta entre 1,1% a 2,3% anual. Easton & Idrovo (2016), usando un modelo SVAR, estiman que la elasticidad es más cercana a 1,1%.

³De acuerdo a las Cuentas Nacionales del Banco Central (promedio 1996-2017), el PIB de la construcción explica alrededor de 7% del PIB total de la economía; la formación bruta de capital fijo sectorial representa aproximadamente 65% de la inversión total del país; y, en el ámbito laboral, el número de personas que trabajan en la construcción explica 8,5% del empleo total del país (INE, promedio 1986-2017).

⁴Piguillem (2004a)

⁵Tejada (2006)

⁶Piguillem (2004a y 2004b)

⁷Este indicador, además de estar sujeto a revisiones constantes, utiliza los permisos de edificación para aproximar la inversión en vivienda. Por lo que, existen potenciales dudas sobre la metodología usada por el Banco Central para medir con precisión el valor agregado del sector construcción.

Años después, Tejada (2006) extendió el modelo base desarrollado por Piguillem (2004), aplicando un particular método de tratamiento de series de tiempo de frecuencias mixtas, basado en el artículo original de Mariano y Murasawa (2003). Esto significó una importante mejora metodológica al cálculo del Imacon, ya que hizo posible combinar los cinco indicadores parciales de frecuencia mensual antes mencionados con la serie trimestral del PIB de la construcción. En términos simples, Tejada (2006) trata a la serie del PIB sectorial –expresada en términos de su crecimiento trimestral desestacionalizado– como si ésta fuese una serie mensual con datos perdidos, cuyas observaciones se suponen provienen de una distribución de probabilidad conocida (una distribución normal estándar, por ejemplo). De esta forma, al ser el PIB uno de los indicadores coincidentes más relevantes de la actividad del sector construcción, su inclusión como una variable informativa adicional en el modelo base, permitió una mayor correlación entre el índice mensual de actividad subyacente de la construcción y la medida trimestral de valor agregado del mismo sector. En consecuencia, se obtuvo un nuevo indicador de corto plazo con interpretación económica, ya que se constituye como una medida latente del valor agregado del sector. Por lo que, el Imacon se aproxima mejor a las definiciones tradicionales que se desprenden de los registros de las cuentas nacionales.⁸

No obstante, los métodos clásicos utilizados por Piguillem (2004) y Tejada (2006) son rígidos a la incorporación de nuevas medidas de incertidumbre, expectativas o diferentes niveles de volatilidad (riesgos) sobre el estado de la actividad de la construcción, que por alguna razón –como los rezagos propios del sistema de contabilización de datos, por ejemplo– estas expectativas no han sido capturadas en las observaciones más recientes del conjunto de indicadores parciales del modelo. Por ejemplo, a partir del estado del conocimiento de los agentes económicos sobre el mecanismo de transmisión de un shock en particular, las perspectivas de mercado podrían apuntar a una mayor propagación y amplificación del ciclo económico; evento que en el período corriente no se refleja en los indicadores parciales de actividad, debido, entre otros factores, al rezago implícito del proceso de compilación de la información estadística. Sabiendo que la actividad de la construcción es altamente sensible a los vaivenes de la economía, se podría estar interesado en evaluar ex-ante posibles efectos de la materialización de algunos riesgos para el sector. Por lo que, contar con un modelo flexible que permita combinar la información objetiva de los indicadores parciales del modelo con distribuciones *priors* de información (supuestos basados en el juicio de valor de los expertos del mercado o información anticipada no capturada por los datos), contribuiría a complementar enormemente el análisis económico del sector construcción.

En este contexto, el objetivo de la presente investigación es extender los trabajos previos en tres dimensiones:

- (i) Flexibilizar el actual modelo del Imacon a la incorporación de nueva información de expectativas o señales del mercado. Es en este sentido que la inferencia bayesiana parece ser un método apropiado para el cálculo del nuevo indicador. Bajo este enfoque, el Imacon y los hiperparámetros del modelo son tratados como variables aleatorias que

⁸Al respecto, cabe destacar que ello no necesariamente implica que el Imacon sea una mensualización del PIB de la construcción, sino que más bien su interpretación es la de un indicador latente del valor agregado de la construcción en frecuencia mensual. En este sentido, el índice mensual satisface el objetivo de informar oportunamente el estado por el que transita el valor agregado del sector construcción.

proviene de una distribución conjunta de probabilidad, la cual puede ser no estándar. Así, a diferencia del método clásico de estimación por máxima verosimilitud, aquí la estimación bayesiana combina la información objetiva de los indicadores parciales de frecuencia mixta con diferentes distribuciones *prior* de información. Para ello, la distribución conjunta *posterior* es aproximada por el método de simulaciones de Gibbs, basado en Kim y Nelson (1998), mientras que el modelamiento para el uso de frecuencias mixtas (mensual y trimestral) está basado en Mariano y Murasawa (2003) y Tejada (2006).

- (ii) Reemplazar tres de los cinco indicadores parciales de actividad mensual de la construcción –inicialmente elaborados por la CChC y utilizados por Piguillme (2004) y Tejada (2006) para el cálculo del antiguo Imacon– por tres indicadores oficiales del mismo sector (recientemente publicados por el INE) y la serie de importaciones de cemento (proveniente de los registros de aduanas). Así, los antiguos índices de ventas reales de proveedores, despachos físicos industriales y la actividad de contratistas generales, elaborados en base a la información mensual entregada por una muestra poco representativa de empresas socias de la CChC⁹, son reemplazados por las siguientes variables de frecuencia mensual: índice de ventas al por mayor de materiales de construcción, índice de ventas al por menor de materiales de construcción y el consumo aparente de cemento (medido en toneladas). Los dos primeros indicadores son publicados por el INE, con año base 2014 y con representatividad estadística a nivel nacional. Por su parte, el consumo aparente de cemento es una variable compuesta: se define como la suma de los despachos físicos de cemento –elaborado por Contreras & Idrovo (2018) a partir de información INE– con las importaciones del mismo insumo –obtenido de las bases de aduanas, filtrando por unidades productivas para evitar el problema de doble contabilidad. El Cuadro 1 muestra el listado de variables utilizadas por los trabajos previos y las nuevas variables usadas en el cálculo del nuevo indicador.

Cuadro 1: Lista de indicadores parciales de actividad de frecuencia mensual de la construcción

Piguillme (2003) y Tejada (2006) (Indicadores INE y CChC)	Nuevos indicadores parciales del INE y Aduanas
Índice de venta real de proveedores ^(a)	Índice de venta de materiales al por menor
Índice de despachos físicos industriales ^(a)	Índice de venta de materiales al por mayor
Índice de contratistas generales ^(a)	Consumo aparente de cemento (en toneladas)
Empleo de la construcción ^(b) (personas)	Empleo de la construcción (personas)
Permisos de edificación ^(b) (en m^2)	Permisos de edificación (en m^2)

^aIndicador de la Cámara Chilena de la Construcción (CChC).

^bIndicador del Instituto Nacional de Estadísticas (INE).

Así, los indicadores parciales del nuevo Imacon provienen únicamente de fuentes de información oficial, tales como el INE, Banco Central y estadísticas aduaneras. En principio, ello otorga mayor valor al análisis del Imacon, ya que su desempeño se fundamenta

⁹Desde 1990 estos indicadores fueron diseñados con una muestra de entre 4 a 6 grandes empresas informantes socias de la CChC. Todas operando en distintos proyectos de construcción en todo Chile. No obstante, a partir de 2013 el número de informantes ha ido disminuyendo. Por lo que, existen potenciales dudas de su representatividad a nivel nacional. Al mismo tiempo que, un número pequeño de informantes pone en riesgo la confidencialidad estadística de la información.

en métodos de recopilación estadística de estándar internacional y con mayor representatividad en todo Chile.

- (iii) Se extiende la ventana temporal de estimación, al usar datos mensuales para el período 1991-2019.

El presente documento se organiza de la siguiente forma: En la sección 2, se detalla la estructura del modelo de espacio-estado con frecuencia mixta (mensual y trimestral), basado en los trabajos de Tejada (2006), Mariano y Murasawa (2003) y Kim y Nelson (1998). La sección 3 resume la estrategia de estimación de los hiperparámetros del modelo espacio-estado. En esta sección, se comparan los resultados de la estimación por el método clásico de máxima verosimilitud con el método bayesiano con simulaciones de Gibbs, ambos usados para extraer las señales comunes de seis indicadores parciales de frecuencias mixtas del sector construcción. En la sección 4 se presentan los principales resultados de las estimaciones de los hiperparámetros y el nuevo Imacon. Además, en esta sección se analizan distintos escenarios de incertidumbre (riesgo) para el sector, para lo cual se simula una varianza condicional creciente de la actividad sectorial. Finalmente, la Sección 5 concluye.

2. El modelo

El modelo de espacio-estado usado para el cálculo del Imacon se define como un sistema dinámico de ecuaciones simultáneas, el cual se puede desagregar en dos tipos de ecuaciones: ecuaciones de medida y ecuaciones de estado. Las del primer tipo, se basan en la noción de que los indicadores observables disponibles del sector construcción reflejan sólo parcialmente el verdadero estado de la actividad sectorial. Por ejemplo, un ciclo expansivo (recesivo) de la actividad de la construcción lo inferimos a través de la mayor (menor) contratación de la mano de obra, y por una dinámica similar de la demanda de otros insumos. En este caso, el empleo sectorial y el consumo de materiales reflejan sólo parcialmente el verdadero estado del ciclo por el que transita la actividad de la construcción. En este sentido, los indicadores parciales proveen de señales objetivas sobre el estado subyacente no observable de la actividad sectorial. Basado en este razonamiento, el objetivo del sistema de ecuaciones de medida es capturar la relación dinámica entre los comovimientos de los indicadores parciales “variables observables” con el estado subyacente que gobierna la actividad “variable no observable”. En otras palabras, se supone que la dinámica de cada uno de los indicadores parciales del sector está gobernada por una tendencia común implícita del sistema, llamada Imacon.

Formalmente, sea $\tilde{c}_t \equiv [c_{1,t}, c_{2,t}, c_{3,t}, \dots, c_{s,t}]'$ un vector de dimensión $s \times 1$ que contiene el logaritmo de s indicadores parciales del sector construcción, cuyo proceso generador de datos es $I(0)$ o estacionario. Bajo el enfoque metodológico de los modelos espacio-estado, se supone que las variables contenidas en \tilde{c}_t entregan información objetiva (o señales) sobre el verdadero estado de la actividad de la construcción, definido como \tilde{y}_t (que es no observable). A continuación, la estructura que define la relación entre las variables observables (\tilde{c}_t) y el factor común no observable (\tilde{y}_t), se resume en la siguiente expresión algebraica:

$$\tilde{c}_t - \tilde{\mu} = \tilde{\gamma}(L)\tilde{y}_t + \tilde{\varepsilon}_t$$

donde, $\tilde{\mu} \equiv [\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_s]'$ es un vector de parámetros que representan las medias incondicionales de los indicadores parciales; $\tilde{\gamma}(L) \equiv [\gamma_1(L), \gamma_2(L), \gamma_3(L), \dots, \gamma_s(L)]'$ es una matriz

de coeficientes que registran los pesos o incidencias de la actividad subyacente no observable en el comportamiento de cada uno de los indicadores parciales observables; el vector $\tilde{\varepsilon}_t \equiv [\varepsilon_{1,t}, \varepsilon_{2,t}, \varepsilon_{3,t}, \dots, \varepsilon_{s,t}]'$ es un término de error estacionario que contiene todos los movimientos no comunes entre los indicadores parciales (\tilde{c}_t) y la actividad subyacente o implícita del sistema (\tilde{y}_t) –la cual, por construcción, también sigue un proceso $I(0)$.

Por otra parte, el segundo tipo de ecuaciones del modelo de espacio-estado, llamado sistema de ecuaciones de estado, permite definir la ley de movimiento que seguirá la actividad subyacente no observable (\tilde{y}_t) y la dinámica de los términos de error ($\tilde{\varepsilon}_t$) –que capturan las señales no comunes de los indicadores parciales antes mencionados. Estas señales disonantes pueden interpretarse como desvíos puntuales o desequilibrios transitorios de los indicadores parciales respecto del verdadero estado de actividad de la construcción, la cual se supone es no observable. El proceso generador de datos para estos dos vectores (estado subyacente de actividad y términos de error del sistema) se simplifica a través de una estructura de comportamiento cíclico o autorregresivo. Formalmente, se tiene:

$$\begin{aligned}\phi(L)\tilde{y}_t &= \delta + \nu_t; & \nu_t &\sim iidN(0, \sigma_\nu^2) \\ \tilde{\psi}(L)\tilde{\varepsilon}_t &= \tilde{\omega}_t; & \tilde{\omega}_t &\sim iidN(0, R) \\ E(\tilde{\omega}_t\tilde{\omega}_t') &= R\end{aligned}$$

donde, las matrices de parámetros $\phi(L)$ y $\tilde{\psi}(L) \equiv [\psi_1(L), \psi_2(L), \psi_3(L), \dots, \psi_s(L)]'$ definen el orden p y q de los rezagos del sistema de ecuaciones de estado; los términos ν_t y $\tilde{\omega}_t \equiv [\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_s]'$ son variables aleatorias que resumen los shocks idiosincráticos del sector, ambas con media cero y matriz de varianza-covarianza dadas. La estimación del estado subyacente o implícito del sistema de ecuaciones de espacio-estado, llamado Imacon, se realiza por medio de inferencia bayesiana con simulaciones de Gibbs, utilizando para ello el Filtro de Kalman suavizado¹⁰. La ganancia de esta metodología de estimación es la flexibilidad para combinar las estimaciones por el método clásico de máxima verosimilitud, utilizado por Tejada (2006) y Piguillem (2003), con la nueva información de expectativas o incertidumbre contenida en las distribuciones *priors* de los hiperparámetros que capturan la dinámica del sector. Esta estrategia de estimación será abordada con mayor detalle en la Sección 3.

Por último, y sin pérdida de generalidad, el modelo de espacio-estado descrito previamente tiene la siguiente expresión equivalente:

$$\begin{aligned}\tilde{\psi}(L)(\tilde{c}_t - \tilde{\mu}) &= \tilde{\psi}(L)\tilde{\gamma}(L)\tilde{y}_t + \tilde{\omega}_t; & \tilde{\omega}_t &\sim iidN(0, R) \\ \phi(L)\tilde{y}_t &= \delta + \nu_t; & \nu_t &\sim iidN(0, \sigma_\nu^2) \\ E(\tilde{\omega}_t\tilde{\omega}_t') &= R\end{aligned}$$

En particular, esta forma funcional reducida del modelo de espacio-estado se logra al expresar las ecuaciones del sistema en términos de los componentes de error *ruido blanco* ($\tilde{\omega}_t, \nu_t$). Al respecto, cabe destacar que esta forma funcional equivalente es preferida por Kim y Nelson (1998) para la estimación bayesiana con simulaciones de Gibbs del componente de actividad subyacente no observado del sistema. Por lo que, esta misma representación del modelo será usada en las siguientes Secciones, con la variante de que se flexibiliza el modelo

¹⁰Hamilton (1994), Kim y Nelson (1999), Mariano y Murasawa (2003), Tejada (2006).

para el uso de variables en distinta frecuencia (mensual y trimestral).

3. Estrategia de estimación

Siguiendo de cerca los trabajos de Piguillem (2004) y Tejada (2006), la base de datos de los cinco indicadores parciales de actividad de la construcción de frecuencia mensual (\tilde{c}_t) es previamente filtrada para capturar de mejor forma el patrón de comportamiento que comparten en común estos indicadores, permitiendo así una estimación más precisa del Imacon. Para ello, se aplican las siguientes transformaciones: (i) Se expresan las variables de frecuencia mensual en términos de su promedio móvil de tres meses, excepto las variables de empleo y permisos totales de construcción. Esto porque, la serie de ocupados del sector ya viene transformada en promedio móvil trimestral desde su fuente original (INE). Mientras que a la superficie aprobada para la edificación se le aplicó el promedio móvil de 12 meses, por razones que se abordarán más adelante (Sección 4). (ii) Cada una de estas variables es previamente desestacionalizada, usando el procedimiento ARIMA-X12 del Banco Central. En el caso del PIB de la construcción, se usa directamente su versión desestacionalizada que publica el Banco Central en sus bases de datos de cuentas nacionales. La justificación de este tratamiento a los indicadores parciales es doble. Por una parte, se busca homogenizar la información disponible, ya que originalmente el empleo es publicado en trimestre móvil por parte del INE, y, en el caso de los permisos de edificación, se busca aproximar la medida de su ejecución a partir de un promedio móvil más largo. Mientras que, por otra parte, el uso de promedios móviles permite suavizar el efecto de eventos puntuales que distorsionan marcadamente la relación de mediano plazo existente entre los indicadores sectoriales. Este simple procedimiento de aislación de observaciones atípicas, contribuye a facilitar la identificación del factor común entre las señales objetivas provistas por los indicadores parciales de actividad sectorial.

Así, combinando los trabajos de Tejada (2006), Mariano y Murazawa (2003) y Kim y Nelson (1998), la estructura del modelo a usar para la estimación bayesiana del Imacon con frecuencias mixtas y simulaciones de Gibbs, se presenta formalmente a continuación:

Sistema de ecuaciones de medida:

$$\begin{aligned}
\Delta c_{1,t}^* - \kappa_1 &= \gamma_1 \Delta y_t - \gamma_1 \psi_{11} \Delta y_{t-1} - \gamma_1 \psi_{12} \Delta y_{t-2} + \omega_{1,t} \\
\Delta c_{2,t}^* - \kappa_2 &= \gamma_2 \Delta y_t - \gamma_2 \psi_{21} \Delta y_{t-1} - \gamma_2 \psi_{22} \Delta y_{t-2} + \omega_{2,t} \\
\Delta c_{3,t}^* - \kappa_3 &= \gamma_3 \Delta y_t - \gamma_3 \psi_{31} \Delta y_{t-1} - \gamma_3 \psi_{32} \Delta y_{t-2} + \omega_{3,t} \\
\Delta c_{4,t}^* - \kappa_4 &= \gamma_{40} \Delta y_t + \gamma_{41}^* \Delta y_{t-1} + \gamma_{42}^* \Delta y_{t-2} + \gamma_{43}^* \Delta y_{t-3} + \gamma_{44}^* \Delta y_{t-4} + \gamma_{45}^* \Delta y_{t-5} + \omega_{4,t} \\
\Delta c_{5,t}^* - \kappa_5 &= \gamma_5 \Delta y_t - \gamma_5 \psi_{51} \Delta y_{t-1} - \gamma_5 \psi_{52} \Delta y_{t-2} + \omega_{5,t} \\
\Delta^3 pibc_t^* - \kappa_6 &= \begin{cases} \gamma_6 \Delta y_t + \sum_{l=1}^4 \gamma_{6l}^* \Delta y_{t-l} + \omega_{6,t}; & \text{si } pibc_t \text{ es observado} \\ [z_t \sim iidN(0, 1)] + \omega_{6,t}; & \text{si } pibc_t \text{ es no observado} \end{cases}
\end{aligned}$$

$$\omega_{j,t} \sim N(0, \sigma_{\omega_j}^2); \text{ para } j = \{1, \dots, 6\}$$

Ecuación de estado:

$$\Delta y_t = \delta + \phi_1 \Delta y_{t-1} + \phi_2 \Delta y_{t-2} + \nu_t; \quad \nu_t \sim N(0, \sigma_\nu^2)$$

Con la siguiente definición de los parámetros:

$$\begin{aligned}
\gamma_{41}^* &\equiv -\gamma_{40}\psi_{41} + \gamma_{41} & \gamma_{61}^* &\equiv -\gamma_6\psi_{61} + \gamma_6 \\
\gamma_{42}^* &\equiv -\gamma_{40}\psi_{42} - \gamma_{41}\psi_{41} + \gamma_{42} & \gamma_{62}^* &\equiv -\gamma_6\psi_{62} - \gamma_6\psi_{61} + \gamma_6 \\
\gamma_{43}^* &\equiv -\gamma_{41}\psi_{42} - \gamma_{42}\psi_{41} + \gamma_{43} & \gamma_{63}^* &\equiv -\gamma_6\psi_{62} - \gamma_6\psi_{61} \\
\gamma_{44}^* &\equiv -\gamma_{42}\psi_{42} - \gamma_{43}\psi_{41} & \gamma_{64}^* &\equiv -\gamma_6\psi_{62} \\
\gamma_{45}^* &\equiv -\gamma_{43}\psi_{42} & &
\end{aligned}$$

donde, $\{c_{j,t}^*\}_{j=1}^5$ son los nuevos indicadores parciales de actividad sectorial, conforme al orden en que aparecen en el Cuadro 1. $\Delta c_{j,t}^* \equiv \Delta c_{j,t} - \psi_{j1}\Delta c_{j,t-1} - \psi_{j2}\Delta c_{j,t-2}$, siendo $\Delta c_{j,t} \equiv \ln(C_{j,t}) - \ln(C_{j,t-1})$ la tasa de crecimiento mensual de los primeros cinco indicadores parciales del sector (previamente desestacionalizada y transformada en promedios móviles); el conjunto de parámetros ψ_j son los coeficientes de persistencia (autocorrelación) del término de error de las ecuaciones de medida. Por su parte, $\Delta^3 pibc_t^* \equiv \Delta^3 pibc_t - \psi_{61}\Delta^3 pibc_{t-1} - \psi_{62}\Delta^3 pibc_{t-2}$, donde $\Delta^3 \ln(pibc_t) \equiv \ln(pibc_t) - \ln(pibc_{t-3})$ es la primera diferencia de la serie trimestral desestacionalizada del PIB de la construcción en logaritmo. En términos simples, esta transformación arroja la tasa de crecimiento trimestral del PIB de la construcción. En este punto cabe la siguiente aclaración: aquí el PIB es tratado como una serie de frecuencia mensual con datos perdidos. Por lo que, la ecuación que modela la dinámica del PIB adopta una estructura distinta dependiendo de si los valores de esta variable de cuentas nacionales son observados o no. Dado que el PIB sectorial es observado cada tres meses, Tejada (2006) demuestra que el estado subyacente de actividad relacionado con el componente $\Delta^3 \ln(pibc_t)$ puede ser expresado como la suma de sus crecimientos mensuales hasta el segundo rezago.

$$\Delta^3 \ln(pibc_t) = \Delta y_t + \Delta y_{t-1} + \Delta y_{t-2}$$

donde, y_t representa la actividad subyacente del sector construcción (Imacon). En tanto, los valores no observados del valor agregado del sector son reemplazados por las realizaciones de una distribución normal estándar $f(z_t)$ con media cero y varianza unitaria, basado en el trabajo original de Mariano y Murasawa (2003).

Por otra parte, en el sistema de ecuaciones de medida, la variable $\kappa_j \equiv \mu_j(1 - \psi_{j1} - \psi_{j2})$ para $j = \{1, \dots, 6\}$ es una combinación de los parámetros que definen el promedio (μ_j) de las tasas de crecimiento mensual de los indicadores parciales, y los coeficientes de persistencia del término de error de las ecuaciones de medida (ψ_j); Δy_t es el crecimiento mensual del promedio móvil trimestral del Imacon, siendo y_t el factor común que comparten los indicadores parciales ($c_{j,t}$), con peso o ponderación relativa igual a γ_j . Por último, en la ecuación de estado (o ley de movimiento de la actividad subyacente), los parámetros ϕ_1 y ϕ_2 definen una estructura cíclica del comportamiento del Imacon¹¹; mientras que el parámetro δ (tasa de crecimiento promedio de la actividad subyacente de la construcción) es calibrado para que calce con la mensualización del promedio aritmético de la tasa de crecimiento trimestral del PIB de la construcción. Formalmente, se tiene:

$$\delta = \sum_{t=1}^T \frac{\Delta^3 \ln(pibc_t)}{3T}$$

¹¹El modelo supone que todas las variables son estacionarias, por lo que las raíces del polinomio de rezagos están fuera del círculo unitario.

La fijación de la medida de δ es una restricción impuesta al modelo que cumple dos propósitos. El primero es por motivos puramente estadísticos, ya que la calibración del parámetro evita problemas de identificación del estado implícito del sistema (y_t). Hamilton (1994) y Melo y Nieto (2001) demuestran que la estimación no restringida de un modelo de espacio-estado podría arrojar infinitas soluciones o variables de estado subyacente que son compatibles con un mismo sistema. El segundo propósito que satisface la calibración de δ , es que permite que el nivel del estado subyacente (Imacon) tenga interpretación económica consistente con la definición de valor agregado de cuentas nacionales. Por lo que, el Imacon se define como una medida latente del valor agregado de la actividad de la construcción.

3.1. Inferencia bayesiana y simulaciones de Gibbs

La inferencia bayesiana permite combinar, usando el teorema de Bayes, el método clásico de estimación por máxima verosimilitud con nueva información basada en el estado del conocimiento de los analistas de mercado. Así, nueva y reciente información basada en expectativas, creencias o sentimientos del mercado sobre los efectos inobservables de un shock en particular, puede ser incorporada en el modelo espacio-estado para el cálculo del nuevo Imacon. Por lo que, las señales objetivas de los indicadores parciales son recogidas por la estimación de máxima verosimilitud, mientras que las expectativas o cualquier otra señal basada en el estado del conocimiento del investigador, es capturada por el *prior* de la distribución de los hiperparámetros del modelo –que permiten aproximar la actividad subyacente no observable del sector. La combinación de la función de verosimilitud y el *prior* define la distribución *posterior*. En términos formales, sea $f(x_t | \xi)$ la probabilidad de obtener la realización x_t de una distribución con parámetros ξ , y sea $h(x_t, \xi)$ la distribución conjunta de probabilidad. Asimismo, considere a $P(\xi | x_t)$ como la función generadora de ξ condicional a la base de datos x_t , y las funciones $g(\xi)$ y $f(x_t)$ como las distribuciones marginales de ξ y x_t , respectivamente. A partir del teorema de Bayes, se definen las siguientes relaciones algebraicas:

$$\begin{aligned} P(\xi | x_t)f(x_t) &= h(x_t, \xi) \\ f(x_t | \xi)g(\xi) &= h(x_t, \xi) \end{aligned}$$

Dado esto, se tiene que:

$$P(\xi | x_t)f(x_t) = f(x_t | \xi)g(\xi) \text{ , como } x_t \text{ es observable } \Rightarrow P(\xi | x_t) \propto f(x_t | \xi)g(\xi)$$

Considerando la relación equivalente de $f(x_t | \xi)$ con la función de verosimilitud $L(\xi | x_t)$, se tiene:

$$P(\xi | x_t) \propto L(\xi | x_t)g(\xi)$$

donde, la distribución posterior $P(\cdot)$ se define como la combinación de la función de verosimilitud y la distribución marginal *prior*. La primera función hace posible la estimación de ξ basada en la información observable (x_t); mientras que el segundo término captura el estado del conocimiento del investigador respecto del comportamiento de la variable aleatoria ξ .

Dado lo anterior, el objetivo es aplicar la inferencia bayesiana con simulaciones de Gibbs a la siguiente distribución posterior conjunta de $T+30$ variables aleatorias del modelo de espacio-estado del Imacon, descrito en la primera parte de esta sección. Por lo que, la distribución

posterior objetivo es:

$$P(\tilde{\gamma}, \tilde{\psi}, \sigma_\nu^2, \tilde{\sigma}_\omega^2, \tilde{\phi}, \Delta\tilde{y}_T \mid \Delta\tilde{c}_T) = P(\tilde{\gamma}, \tilde{\psi}, \sigma_\nu^2, \tilde{\sigma}_\omega^2 \mid \tilde{\phi}, \Delta\tilde{y}_T, \Delta\tilde{c}_T)P(\tilde{\phi} \mid \Delta\tilde{y}_T, \Delta\tilde{c}_T)P(\Delta\tilde{y}_T \mid \Delta\tilde{c}_T)$$

con:

$$\tilde{\gamma} \equiv [\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \tilde{\gamma}_4, \gamma_5, \gamma_6]' \quad y \quad \tilde{\gamma}_4 \equiv [\gamma_{40}, \gamma_{41}, \gamma_{42}, \gamma_{43}]$$

$$\tilde{\psi} \equiv [\tilde{\psi}_1, \tilde{\psi}_2, \tilde{\psi}_3, \tilde{\psi}_4, \tilde{\psi}_5, \tilde{\psi}_6]' \quad y \quad \tilde{\psi}_j \equiv [\psi_{j1}, \psi_{j2}]$$

$$\tilde{\sigma}_\omega^2 \equiv [\sigma_{\omega_1}^2, \sigma_{\omega_2}^2, \sigma_{\omega_3}^2, \sigma_{\omega_4}^2, \sigma_{\omega_5}^2, \sigma_{\omega_6}^2]'$$

$$\tilde{\phi} \equiv [\phi_1, \phi_2]'$$

$$\Delta\tilde{y}_T = [\Delta y_1, \Delta y_2, \Delta y_3 \dots \Delta y_T]'$$

$$\Delta\tilde{c}_T = [\Delta c_{1T}^*, \Delta c_{2T}^*, \Delta c_{3T}^*, \Delta c_{5T}^*, \Delta c_{6T}^*]'$$

$$\Delta c_{jT}^* = [\Delta c_{j1}^*, \Delta c_{j2}^*, \Delta c_{j3}^* \dots \Delta c_{jT}^*]'$$

donde, $\Delta c_{6T}^* \equiv \Delta^3 \ln(\text{pibc}_T)$. En este contexto, el algoritmo de estimación a través de remuestros de Gibbs se resume en los siguientes pasos:

- 1.- A partir de un *guess* inicial de los hiperparámetros del modelo de espacio-estado

$$\{\tilde{\gamma}^{(0)}, \tilde{\psi}^{(0)}, \sigma_\nu^{2(0)}, \tilde{\sigma}_\omega^{2(0)}, \tilde{\phi}^{(0)}\},$$

y usando la distribución posterior $P(\Delta\tilde{y}_T \mid \Delta\tilde{c}_T, \tilde{\gamma}^{(0)}, \tilde{\psi}^{(0)}, \sigma_\nu^{2(0)}, \tilde{\sigma}_\omega^{2(0)}, \tilde{\phi}^{(0)})$ con el filtro del Kalman, se obtiene la primera realización de $\Delta\tilde{y}_T^{(1)}$.

- 2.- Dada la serie $\Delta\tilde{y}_T^{(1)}$ y la distribución posterior $P(\tilde{\phi} \mid \Delta\tilde{y}_T^{(1)}, \Delta\tilde{c}_T)$, se calcula el primer valor del hiperparámetro $\tilde{\phi}^{(1)}$.
- 3.- Finalmente, a partir de la distribución $P(\tilde{\gamma}, \tilde{\psi}, \sigma_\nu^2, \tilde{\sigma}_\omega^2, \tilde{\phi}^{(1)}, \Delta\tilde{y}_T^{(1)} \mid \Delta\tilde{c}_T)$ con los valores ya calculados de $\Delta\tilde{y}_T^{(1)}$ y $\tilde{\phi}^{(1)}$, se genera un nuevo conjunto de hiperparámetros:

$$\{\tilde{\gamma}^{(1)}, \tilde{\psi}^{(1)}, \sigma_\nu^{2(1)}, \tilde{\sigma}_\omega^{2(1)}, \tilde{\phi}^{(1)}\}$$

- a. Se genera $\tilde{\gamma}^{(1)}$ de la distribución $P(\tilde{\gamma} \mid \tilde{\psi}^{(0)}, \sigma_\nu^{2(0)}, \tilde{\sigma}_\omega^{2(0)}, \tilde{\phi}^{(1)}, \Delta\tilde{y}_T^{(1)}, \Delta\tilde{c}_T)$
- b. Luego, se obtiene $\tilde{\psi}^{(1)}$ de $P(\tilde{\psi} \mid \tilde{\gamma}^{(1)}, \sigma_\nu^{2(0)}, \tilde{\sigma}_\omega^{2(0)}, \tilde{\phi}^{(1)}, \Delta\tilde{y}_T^{(1)}, \Delta\tilde{c}_T)$
- c. Luego, se calcula $\sigma_\nu^{2(1)}$ de $P(\sigma_\nu^2 \mid \tilde{\gamma}^{(1)}, \tilde{\psi}^{(1)}, \tilde{\sigma}_\omega^{2(0)}, \tilde{\phi}^{(1)}, \Delta\tilde{y}_T^{(1)}, \Delta\tilde{c}_T)$
- d. Por último, se genera $\tilde{\sigma}_\omega^{2(1)}$ de la distribución $P(\tilde{\sigma}_\omega^{2(0)} \mid \tilde{\gamma}^{(1)}, \tilde{\psi}^{(1)}, \sigma_\nu^{2(1)}, \tilde{\phi}^{(1)}, \Delta\tilde{y}_T^{(1)}, \Delta\tilde{c}_T)$

- 4.- Con base en los hiperparámetros del paso 3, se repite el paso 1.

Los pasos 1 a 3 son iterados $J \in \mathbb{N}$ veces para obtener un gran número de hiperparámetros y variables de actividad subyacente $(\tilde{\gamma}^{(j)}, \tilde{\psi}^{(j)}, \sigma_\nu^{2(j)}, \tilde{\sigma}_\omega^{2(j)}, \tilde{\phi}^{(j)}, \Delta\tilde{y}_T^{(j)})$ para $j = 1, 2, 3, \dots, J$. Para evitar la persistencia de los valores iniciales en las simulaciones de las variables aleatorias, Kim & Nelson (1998) recomiendan generar M simulaciones adicionales a las J primeras, tal que $M \gg J$. En efecto, la distribución conjunta y marginal estarían basadas en las variables $(\tilde{\gamma}^{(j)}, \tilde{\psi}^{(j)}, \sigma_\nu^{2(j)}, \tilde{\sigma}_\omega^{2(j)}, \tilde{\phi}^{(j)}, \Delta\tilde{y}_T^{(j)})$ para $j = J+1, J+2, J+3, \dots, J+M$. Además, Geman & Geman (1984) demuestran que la distribución conjunta y marginal obtenidas a partir de las

simulaciones de Gibbs, convergen a una tasa exponencial a sus verdaderas versiones, cuando $J \rightarrow \infty$. Por otro lado, la ganancia de utilizar simulaciones de Gibbs en estimaciones bayesianas es que permite resolver numéricamente la integración múltiple de complejas distribuciones *posterior*.

3.1.1. Generando $\Delta\tilde{y}_T \mid \Delta\tilde{c}_T$: $\Delta\tilde{y}_T$ condicional al conjunto de parámetros del modelo y las señales objetivas de los indicadores parciales $\Delta\tilde{c}_T$

Tomando en cuenta las propiedades markovianas de la dinámica con que se modela y_t , y condicional al conjunto de información disponible en t (c_t), Kim y Nelson (1998) demuestran que:

$$P(\Delta\tilde{y}_T \mid \Delta\tilde{c}_T) = P(\Delta y_T \mid \Delta c_T) \prod_{t=1}^{T-1} P(\Delta y_t \mid \Delta y_{t+1}, \Delta\tilde{c}_t)$$

Con $\tilde{c}_t = [\tilde{c}_{1t}, \tilde{c}_{2t}, \tilde{c}_{3t}, \dots, \tilde{c}_{6t}]'$ y $\tilde{c}_{jt} = [c_{j1}, c_{j2}, c_{j3} \dots c_{jt}]'$. Por lo que, la estimación de la variable que describe el estado o actividad subyacente de la construcción (y_t), se divide en dos etapas: una para estimar el último valor de la variable de estado (Y_T) y otra para estimar el resto de las observaciones $T - 1$ de la misma variable subyacente. Por las características de normalidad de la distribución de las variables del modelo de espacio-estado aquí utilizado, es posible expresar la distribución del vector de estado en términos del error de predicción y la varianza del error de predicción (Harvey 1981). Por lo que:

$$\begin{aligned} \Delta y_T \mid \Delta c_T &\sim N(\Delta y_{T|T}, P_{T|T}) \\ \Delta y_t \mid \Delta c_t, y_{t+1} &\sim N(\Delta y_{t|t, \Delta y_{t+1}}, P_{t|t, \Delta y_{t+1}}) \end{aligned}$$

Con media y matriz de varianza-covarianza igual a:

$$\begin{aligned} \Delta y_{T|T} &= E(\Delta y_T \mid \Delta c_T) & \Delta y_{t|t, \Delta y_{t+1}} &= E(\Delta y_t \mid \Delta c_t, \Delta y_{t+1}) \\ &= E(\Delta y_T \mid \Delta c_{T-1}, \Delta c_T) & &= E(\Delta y_t \mid \Delta y_{t|t}, \Delta y_{t+1}) \\ &= E(\Delta y_T \mid \Delta y_{T|T-1}, \Delta c_T) \\ P_{T|T} &= Cov(\Delta y_T \mid \Delta c_T) & P_{t|t, \Delta y_{t+1}} &= Cov(\Delta y_{t|t, \Delta y_{t+1}}) \\ &= Cov(\Delta y_T \mid \Delta y_{T|T-1}, \Delta c_T) & &= Cov(\Delta y_t \mid \Delta y_{t|t}, \Delta y_{t+1}) \end{aligned}$$

De las expresiones anteriores, se desprende que la esperanza y covarianza de Δy_T dependen de la relación entre su estimación preliminar ($\Delta y_{T|T-1}$) (predicción en T basada en la información observada hasta $T - 1$) y la nueva información disponible en T (esto es Δc_T). Análogamente, desde $t = T - 1$ hasta $t = 1$ los dos primeros momentos de Δy_t dependen de la relación entre la actualización de y_t (basado en la información disponible en t) con la nueva información contenida en Δy_{t+1} . Las expresiones explícitas de estos momentos distribucionales y de las relaciones estadísticas antes mencionadas, están basadas en las ecuaciones del filtro de Kalman.

En primer lugar, la generación de $\Delta y_{T|T}$ y $P_{T|T}$ corresponde al valor que toma la última observación del filtro de Kalman. Formalmente, se tiene:

Etapa de predicción del filtro:

$$\begin{aligned}\Delta y_{T|T-1} &= F\Delta y_{T-1|T-1} \\ P_{T|T-1} &= FP_{T-1|T-1}F' + Q \\ \eta_{T|T-1} &= \Delta c_T - H\Delta y_{T|T-1} \\ f_{T|T-1} &= E(\eta_{T|T-1}\eta'_{T|T-1}) = HP_{T|T-1}H' + R\end{aligned}$$

Etapa de actualización o aprendizaje del filtro:

$$\begin{aligned}\Delta y_{T|T} &= \Delta y_{T|T-1} + P_{T|T-1}H'(HP_{T|T-1}H' + R)^{-1}(\Delta c_T - H\Delta y_{T|T-1}) \\ P_{T|T} &= P_{T|T-1} - P_{T|T-1}H'(HP_{T|T-1}H' + R)^{-1}HP_{T|T-1}\end{aligned}$$

Las ecuaciones de la etapa de actualización del filtro de Kalman, hacen explícito la relación antes mencionada entre la estimación preliminar de la variable de estado ($\Delta y_{T|T-1}$) y la nueva información objetiva disponible (Δc_T) en T . Por motivos de espacio, las matrices explícitas F , H , Q , y R se presentan en el Anexo de este documento. En tanto, las ecuaciones del filtro de Kalman para las realizaciones de $\Delta y_{t|t, \Delta y_{t+1}}$ y $P_{t|t, \Delta y_{t+1}}$, basadas en la combinación de $\Delta y_{t|t}$ y Δy_{t+1} , se obtienen de la siguiente distribución normal multivariada (NMV):

$$\begin{pmatrix} \Delta y_t \\ \Delta y_{t+1} - F\Delta y_{t|t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta y_t \\ \eta_{t+1} \end{pmatrix} \mid \Delta \tilde{c}_t \sim \text{NMV} \left[\begin{pmatrix} \Delta y_{t|t} \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} P_{t|t} & P_{t|t}F' \\ FP_{t|t} & FP_{t|t}F' + Q \end{pmatrix} \right]$$

Entonces, por la definición de media condicional y varianza condicional¹², se obtienen las ecuaciones del filtro de Kalman para el resto de las observaciones de la variable de estado:

$$\Delta y_{t|t, \Delta y_{t+1}} = \Delta y_{t|t} + P_{t|t}F'(FP_{t|t}F' + Q)^{-1}(\Delta y_{t+1} - F\Delta y_{t|t}); \quad \text{para } t = T-1, T-2, T-3, \dots, 1$$

$$P_{t|t, \Delta y_{t+1}} = P_{t|t} + P_{t|t}F'(FP_{t|t}F' + Q)^{-1}FP_{t|t}; \quad \text{para } t = T-1, T-2, T-3, \dots, 1$$

La representación formal de las distribuciones *posterior* de los restantes hiperparámetros del modelo $(\tilde{\gamma}, \tilde{\psi}, \sigma_\nu^2, \tilde{\sigma}_\omega^2, \tilde{\phi})$, está basado en Kim y Nelson (1998). Para mayor detalle, ver el Anexo que se encuentra al final del presente documento.

4. Resultados

4.1. Tratamiento de la base de datos

La estimación del Imacon se realiza a partir de seis indicadores parciales relacionados con la actividad del sector construcción (cinco de frecuencia mensual y uno trimestral), los indicadores de frecuencia mensual ajustados estacionalmente son: número de ocupados del sector, superficie autorizada para la edificación (en m^2), consumo aparente de cemento (en toneladas), venta de materiales de construcción al por mayor y al por menor –ambas series originalmente expresadas en índice con valor 100 para el año base 2014. En tanto, la serie

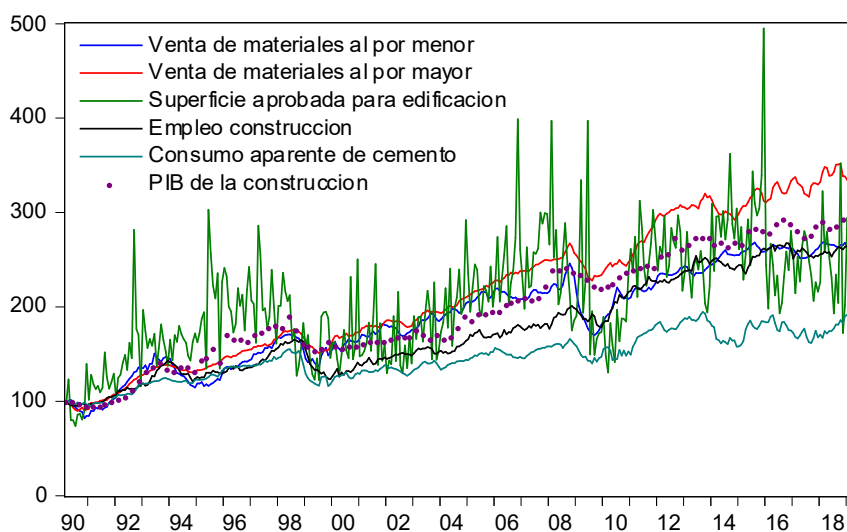
¹²Sea z_1 y z_2 variables aleatorias provenientes de una distribución normal multivariada, con medias $E(z_1)$ y $E(z_2)$, y varianzas y covarianza $Var(z_1)$, $Var(z_2)$, $Cov(z_1, z_2) = Cov(z_2, z_1)$. Entonces, la media condicional $z_1|z_2 = E(z_1) + Cov(z_1, z_2)Var(z_2)^{-1}(z_2 - E(z_2))$. Por su parte, la varianza condicional se obtiene a partir de la definición de descomposición de varianza: $Var(z_1) = E(Var(z_1 | z_2)) + Var(E(z_1 | z_2)) \Rightarrow Var(E(z_1 | z_2)) = Var(z_1) - E(Var(z_1 | z_2))$

trimestral a utilizar es el PIB de la construcción, medido en términos reales y desestacionalizado. Al respecto, cabe mencionar que el PIB sectorial es uno de los indicadores coincidentes más importante para dar cuenta del estado de la actividad de la construcción (Tejada, 2006). Las cinco series de alta frecuencia (mensual) son publicadas por el INE y se caracterizan por exhibir una elevada volatilidad mes a mes, la cual guarda relación con una suma de eventos puntuales propios de la actividad de la construcción. Por su parte, el PIB sectorial es publicado por el Banco Central y sigue un patrón de comportamiento altamente volátil respecto del PIB total, pero con una menor dispersión relativa a la trimestralización de los indicadores parciales de frecuencia mensual.

En este contexto y debido a que la alta volatilidad de las variables mensuales distorsiona o difumina la relación de largo plazo existente entre los indicadores parciales, Piguillem (2004) y Tejada (2006) aplicaron la transformación de promedios móviles de tres meses a todas las variables. Otra explicación por la que se justificó esta transformación es para homogenizar la base de datos, ya que la variable empleo está originalmente expresada en trimestres móviles. Siguiendo de cerca a estos autores, aquí se utiliza el mismo tratamiento para todos los indicadores de frecuencia mensual, excepto para la superficie de edificación por razones que profundizaremos más adelante.

A continuación, la Figura 1 muestra la evolución de los indicadores parciales desestacionalizados y transformados en trimestres móviles (excepto el PIB sectorial, ya que originalmente es de frecuencia trimestral). Para fines comparativos, las series son expresadas como número índice con valor 100 en marzo de 1990 –período inicial de las observaciones disponibles para la variable consumo aparente de cemento. Para comparar visualmente los indicadores mensuales con el PIB sectorial, se supuso que éste último es de frecuencia mensual con observaciones perdidas (*missing data*) en los meses que no cierran el trimestre calendario.

Figura 1: Evolución de los indicadores parciales de actividad de la construcción (en promedio móvil de tres meses de las series desestacionalizadas)



Como se puede visualizar en la Figura 1, luego de aplicar la transformación de promedios móviles de tres meses a la base de datos de frecuencia mensual, la superficie aprobada para la edificación sigue siendo altamente volátil respecto del comportamiento que experimentan los restantes indicadores. Esto podría deberse al carácter almacenable o de “opción” que poseen los permisos de edificación. Particularmente, en Chile las solicitudes de permisos de edificación suelen ser de bajo costo, casi nulo si se compara con el tamaño de los recursos financieros destinados al desarrollo de la obra misma. Además, de acuerdo a la Ordenanza General de Urbanismo y Construcción (OGUC) un permiso puede demorar tres años en iniciar obras, con posibilidad de extensión a tres años más si se evidencia algún grado de avance en la ejecución del proyecto¹³. Por lo que, los proyectos no necesariamente inician obras en el mismo período en que sus permisos de construcción son aprobados, sino cuando resulta conveniente para la firma iniciar actividades.

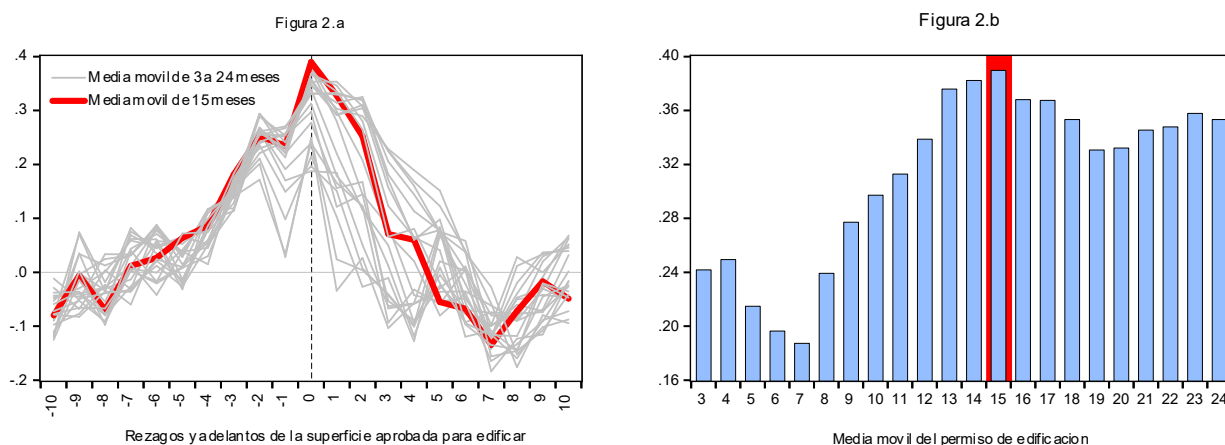
En este sentido, las expectativas en torno a la actividad económica y/o las especulaciones respecto de un cambio regulatorio juegan un rol preponderante en la decisión de solicitar y ejecutar un permiso de edificación. Así, la evidencia empírica muestra que en períodos de auge como 1991-1998, 2006-2007 y 2014-2015 (boom de edificación gatillado por la entrada en vigencia del IVA a la vivienda) se almacenaron enormes cantidades de permisos, los que en su momento correspondieron a proyectos con perspectiva de mediano y largo plazo. Es por ello que, si bien existe una conexión entre la superficie aprobada para la edificación con los restantes indicadores parciales (debido a que todo inicio de actividades en obras debe estar precedido por un permiso), la posibilidad de almacenamiento de los permisos de edificación hace difícil apreciar una relación estable entre las variables de la Figura 1.

Dado lo anterior, surge la siguiente interrogante ¿cuánto tarda un permiso en iniciar obras? Idrovo y Lozano (2018) estima que la superficie aprobada para la edificación habitacional tarda en promedio entre 4,8 y 9,3 meses en iniciar obras a nivel nacional (al 95 % de confianza). Es decir, en promedio, el *timing* de inicios de obra de los permisos de edificación de vivienda bordea los 6.3 meses en el agregado nacional. Por otra parte, varios ejercicios de correlación entre el PIB de la construcción de Cuentas Nacionales (medido en términos de la variación trimestral de su serie desestacionalizada) y distintos promedios móviles (de 3 a 24 meses) de la superficie autorizada para la edificación total (también desestacionalizada y expresada en variación trimestral), revela que los máximos niveles de correlación entre estas variables ocurren cuando los permisos de edificación son transformados en promedios móviles de 15 meses.

La Figura 2 muestra los principales resultados de los ejercicios de correlación. La Figura 2.a exhibe las correlaciones dinámicas entre el PIB sectorial y los permisos de edificación total, tomando promedios móviles de 3 a 24 meses. La Figura 2.b expone los coeficientes de correlación simple entre las mismas variables mencionadas en la Figura 2.a.

¹³Artículo 1.4.17 de caducidad o período de vigencia de los permisos de edificación, Ministerio de Vivienda y Urbanismo

Figura 2: (a) Correlación dinámica del crecimiento trimestral de las series desestacionalizadas de PIB de la construcción y promedios móviles de la superficie aprobada para la edificación; (b) Correlación simple del crecimiento trimestral de las series desestacionalizadas de PIB sectorial y promedios móviles de la superficie aprobada para la edificación

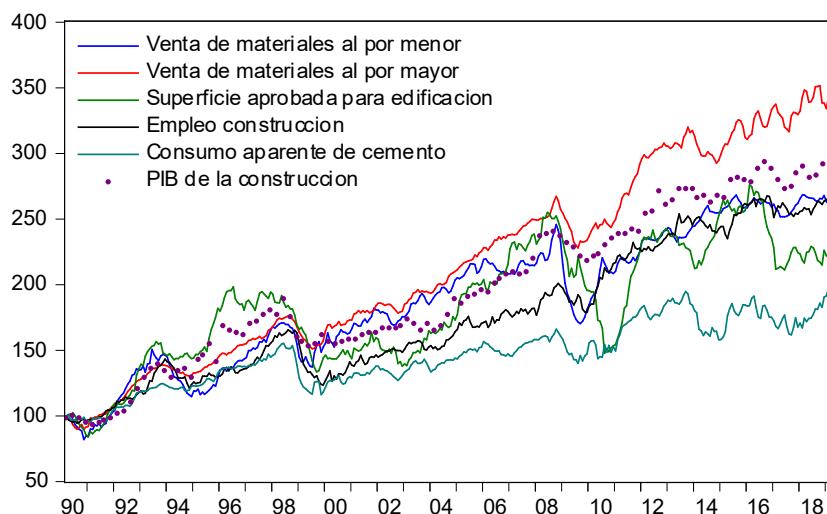


A partir de estos resultados, se decidió utilizar un promedio móvil anual para la serie desestacionalizada de la superficie aprobada para la edificación. Esto porque la correlación asociada a la media móvil de 12 meses no es significativamente distinta de aquella correspondiente a la media móvil de 15 meses, según el test de igualdad de coeficientes de correlación al 95 % de confianza¹⁴. Además, el promedio móvil anual forma parte de lo que se conoce como un horizonte de corto plazo, y prácticamente coincide con el valor central entre el *timing* de inicios de obras estimado por Idrovo y Lozano (2018) y el *timing* resultante de la máxima correlación entre los permisos totales de construcción y el PIB del mismo sector (Figura 2).

En efecto, la Figura 3 presenta la evolución de los permisos de edificación desestacionalizados y medidos en términos de su promedio móvil anual, junto con los restantes indicadores expresados en promedio móvil trimestral. En este caso, la similitud de los comovimientos entre los indicadores parciales de actividad sectorial es más notoria respecto de lo observado en la Figura 1.

¹⁴El valor crítico resultante de una distribución normal estándar fue $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 0,18$.

Figura 3: Evolución de los indicadores parciales de actividad de la construcción (en media móvil desestacionalizados)



Nota: Todos los indicadores son transformados en promedio móvil de tres meses, excepto la superficie para edificación que se mide en términos de sumedia móvil anual.

El siguiente paso es determinar la existencia de tendencias estocásticas (raíz unitaria) en el proceso generador de datos de cada uno de los indicadores parciales de actividad sectorial. Esto porque la estructura explícita del modelo, presentada en la Sección 3, supone que todas las series presentan una raíz unitaria. El Cuadro 2 muestra una selección de pruebas de raíz unitaria habitualmente utilizadas. En este caso particular, se consideraron sólo las medidas de probabilidad (*p-value*) de no rechazar la hipótesis nula de una raíz unitaria en el nivel de cada uno de los indicadores parciales de actividad (esto al 5% de significancia).

Cuadro 2: Pruebas de raíz unitaria (probabilidades de no rechazo de la hipótesis nula, al 5% de nivel de significancia)

Indicadores	Niveles (a)		Niveles (b)		Primera diferencia (b)	
	DFA	PP	DFA	PP	DFA	PP
Indicadores mensuales						
Ventas al por menor	0.0430	0.0462	0.5946	0.6601	0.0000	0.0000
Ventas al por mayor	0.2091	0.1191	0.9372	0.9640	0.0000	0.0000
Permisos	0.1137	0.2387	0.2008	0.3032	0.0003	0.0000
Empleo	0.6969	0.3283	0.8779	0.8738	0.0000	0.0000
Cemento	0.0849	0.0543	0.5611	0.6061	0.0000	0.0000
.5 Indicador trimestral						
PIB construcción	0.2777	0.2254	0.8815	0.8815	0.0000	0.0000

(a) La ecuación incluye constante y tendencia; (b) La ecuación incluye sólo constante.
DFA: Prueba de Dickey-Fuller Aumentado. PP: Prueba de Phillips-Perron

Del Cuadro 2 se desprende que para todas las series en niveles, excepto las ventas de materiales al por menor, no existe suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula de existencia de raíz unitaria (al 5 % de significancia). No obstante, para el caso en que las pruebas estadísticas suponen la presencia de una tendencia determinística en el proceso generador de datos (PGD) de las ventas de materiales al por menor, las probabilidades resultaron muy cercanas al umbral de 5 % de significancia. En este caso, la probabilidad correspondiente a la prueba de Phillips-Perron (PP) se aproximan más al umbral de nivel significancia respecto de la prueba de Dickey-Fuller aumentado (DFA). Por lo que, se concluye que esta serie es no estacionaria, es decir, la evidencia estadística no es suficiente para rechazar la hipótesis de existencia de una raíz unitaria.

Por el contrario, al tomar primeras diferencias a todos los indicadores parciales, las probabilidades son prácticamente nulas, rechazándose la presencia de raíz unitaria en éstos. Al respecto, cabe señalar que las pruebas DFA y PP de las series transformadas en primeras diferencias suponen la presencia de sólo la constante, ya que la existencia de una tendencia determinística en el PGD fue descartada en las pruebas anteriores. Así, se concluye que todos los indicadores parciales de actividad sectorial son $I(1)$, es decir, integrados de primer orden y sin tendencias determinísticas en sus comportamientos –coherente con los supuestos del modelo de Mariano y Murasawa (2003).

Dado lo anterior, la pregunta es ¿existe una tendencia estocástica común entre los indicadores parciales? para responder a esta interrogante se calcula el número de vectores de cointegración que relaciona o enlaza a las variables que poseen raíz unitaria. Basado en Enders (1995), si existen k variables $I(1)$ y $v \leq k$ vectores de cointegración que vinculan a estas variables, entonces el número de tendencias estocásticas será $k - v$. Por ejemplo, si a partir de 5 variables se calculan 4 vectores de cointegración, entonces existe una única tendencia estocástica que gobierna el comportamiento de estas variables. Por otra parte, si resultaran 3 vectores de cointegración, entonces habrían dos tendencias estocásticas comunes, por lo que la interpretación del estado subyacente de actividad no es directa.

Para determinar estadísticamente el número de Vectores de Cointegración (VEC), el Cuadro 3 muestra las pruebas de Traza y de Máximo Valor Característico, tomando para ello distintos intervalos de rezagos en la especificación de la variables (en primeras diferencias) del modelo de Vectores Autorregresivos (VAR) –basado en los criterios de información de Hannan-Quinn (HQ), Schwarz y Akaike. Al respecto, cabe aclarar que las pruebas estadísticas que se presentan a continuación suponen la no existencia de una tendencia lineal determinística en las ecuaciones que describen la dinámica de corto plazo de las variables, e incluyen una constante en la ecuaciones tanto de corto y largo plazo. Este supuesto es consistente con los hallazgos en las pruebas de raíz unitaria comentadas previamente.

Cuadro 3: Prueba de Cointegración: con intercepto y tendencia en VEC y no tendencia en VAR

Muestra (ajustada): 1990:09 2019:03						
Series: Venta al por menor, Venta al por mayor, Permisos, Empleo y Cemento						
Intervalo de rezagos (en primeras diferencias) con distintos criterios de información						
		1 a 4 Rezagos			1 a 3	1 a 12
		Basado en el criterio HQ (Hannan-Quinn)			(Schwarz)	(Akaike)
Hipótesis	Valor	Estadístico	Valor Crítico	Prob.**	Prob.**	Prob.**
No. de CE(s)	Característico	de Traza	5 %			
Ninguno	0.101606	84.94774	88.80380	0.0919	0.7601	0.6306
A lo más 1	0.052775	48.08951	63.87610	0.5015	0.8503	0.8132
A lo más 2	0.045135	29.43827	42.91525	0.5357	0.7700	0.9125
A lo más 3	0.029133	13.55052	25.87211	0.6944	0.6738	0.8957
A lo más 4	0.009777	3.379838	12.51798	0.8287	0.8180	0.9640
Hipótesis	Valor	Estadístico	Valor Crítico	Prob.**	Prob.**	Prob.**
No. de CE(s)	Característico	Max-Eign	5 %			
Ninguno	0.101606	36.85824	38.33101	0.0731	0.7861	0.6140
A lo más 1	0.0527756	18.65123	32.11832	0.7550	0.9603	0.7257
A lo más 2	0.045135	15.88776	25.82321	0.5547	0.8970	0.9088
A lo más 3	0.029133	10.17068	19.38704	0.6006	0.5822	0.7697
A lo más 4	0.009777	3.379838	12.51798	0.8287	0.8180	0.9640

Nota: La prueba de Traza indica la no existencia de ecuaciones de cointegración con un 95 % de confianza. Asimismo, la prueba de Máximo Valor Característico indica la no existencia de ecuaciones de cointegración.

** Probabilidad de MacKinnon-Haug-Michelis (1999).

Al comparar los datos de la tercera y cuarta columna del Cuadro 3, se tiene que todos los valores calculados de ambas pruebas estadísticas de cointegración (traza y máximo valor característico) son menores a sus valores críticos al 5 % de significancia (cuarta columna). Por lo que, las pruebas de traza y máximo valor característico (con 4 rezagos, basado en el criterio HQ) confirman la no existencia de relaciones de cointegración en los indicadores parciales de frecuencia mensual: Ventas de materiales en el comercio al por menor, Ventas de materiales en el comercio al por mayor, Superficie total aprobada para la edificación, Empleo del sector construcción y Consumo aparente de cemento. En este caso, ambas pruebas establecen dos supuestos: el primero incluye un intercepto y una tendencia determinística en la relación de largo plazo entre las variables; el segundo es para la ecuación de corto plazo, en donde se descartó la presencia de una tendencia determinística, quedando sólo el intercepto, consistente con los resultados preliminares de las pruebas de raíz unitaria. Adicionalmente, la quinta columna del Cuadro 3 muestra la probabilidad de no rechazo de la hipótesis de ausencia de cointegración. Esta probabilidad, al ser mayor al 5 % de significancia, reafirma la no existencia de cointegración. Este hallazgo se repite en los casos donde los intervalos de rezagos son de 1 a 3 y de 1 a 12, basados en los criterios de Schwarz y Akaike, respectivamente. Por lo que, independiente del orden de rezagos considerado bajo los criterios de información, la conclusión es la ausencia de relaciones cointegradoras entre los indicadores parciales de la construcción.

Algo similar se desprende de los resultados obtenidos en el Cuadro 4, en donde se supone que las ecuaciones de corto y largo plazo no poseen tendencia determinística pero sí un parámetro constante. Los valores calculados de las pruebas de traza y máximo valor característico se ubicaron bajo sus contrapartes del umbral crítico al 5 % de significancia, por lo que no hay suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis de ausencia de cointe-

gración entre las variables. Esto también es corroborado por las medidas de probabilidad en los tres escenarios de intervalos de rezagos posibles, según los criterios de información HQ, Schwarz y Akaike, respectivamente. En este sentido no es directo evaluar el estado subyacente no observado de la actividad del sector construcción a partir de las variables expresadas en niveles, ya que no se encontró una tendencia estocástica común que explicara sus dinámicas. Por lo que, el uso de las variables expresadas en primeras diferencias parece ser lo apropiado.

Cuadro 4: Prueba de Cointegración: con intercepto y no tendencia en VEC y en VAR

Muestra (ajustada): 1990:09 2019:03						
Series: Venta al por menor, Venta al por mayor, Permisos, Empleo y Cemento						
Intervalo de rezagos (en primeras diferencias) con distintos criterios de información						
1 a 4 Rezagos						
Basado en el criterio HQ (Hannan-Quinn)					1 a 3	1 a 12
					(Schwarz)	(Akaike)
Hipótesis	Valor	Estadístico	Valor Crítico	Prob.**	Prob.**	Prob.**
No. de CE(s)	Característico	de Traza	5 %			
Ninguno	0.075704	64.88147	69.81889	0.1163	0.7710	0.7524
A lo más 1	0.051721	37.80094	47.85613	0.3108	0.7825	0.8307
A lo más 2	0.038463	19.53244	29.79707	0.4551	0.6445	0.7104
A lo más 3	0.016786	6.040031	15.49471	0.6908	0.7209	0.8044
A lo más 4	0.000629	0.216577	3.841466	0.6417	0.8324	0.2758
Hipótesis	Valor	Estadístico	Valor Crítico	Prob.**	Prob.**	Prob.**
No. de CE(s)	Característico	Max-Eign	5 %			
Ninguno	0.075704	27.08053	33.87687	0.2591	0.8760	0.7819
A lo más 1	0.051721	18.26850	27.58434	0.4729	0.9420	0.9486
A lo más 2	0.038463	13.49241	21.13162	0.4080	0.6317	0.6489
A lo más 3	0.016786	5.823454	14.26460	0.6360	0.6469	0.8744
A lo más 4	0.000629	0.216577	3.841466	0.6417	0.8324	0.2758

Nota: La prueba de Traza indica la no existencia de ecuaciones de cointegración con un 95 % de confianza. Asimismo, la prueba de Máximo Valor Característico indica la no existencia de ecuaciones de cointegración.

** Probabilidad de MacKinnon-Haug-Michelis (1999).

4.2. Resultado de la estimación

El Cuadro 5 resume los resultados de la estimación del modelo espacio-estado descrito en la Sección 3. En la segunda y tercera columna se exponen los supuestos *priors* de la distribución (normal e inversa-gamma) de los parámetros del modelo, basado en Kim y Nelson (1998). Las columnas 4-6 del Cuadro 5 presentan los resultados de la estimación *posterior* o estimación bayesiana, obtenidos a partir de 10 mil simulaciones de Gibbs¹⁵. La última columna exhibe la estimación de los parámetros por el método de máxima verosimilitud aproximada (*Quasi-maximum likelihood estimate*). En lo fundamental, se mantuvo la estructura de la ecuación de medida que relaciona el empleo con el estado subyacente de actividad, basado en los trabajos de Piguillem (2004b) y Tejada (2006). En principio, esta ecuación supone que la existencia de rigideces en el mercado laboral explican los desajustes de corto plazo entre la dinámica del empleo y el resto de los indicadores parciales de actividad sectorial. Por ejemplo, independiente del estado del ciclo económico, los costos de transacción (costos de despido) del mercado laboral podrían rezagar la decisión de reducir o ampliar el tamaño de la mano de obra en el desarrollo de proyectos de construcción.

¹⁵El programa usado para este ejercicio se encuentra en código GAUSS (versión 6.0)

Por otro lado, el orden de rezagos p y q de los polinomios $\phi(L)$ y $\psi(L)$ en las ecuaciones de estado, fueron seleccionados usando el criterio de información de Akaike y el criterio bayesiano de Schwarz. Ambos criterios fueron construidos a partir de las estimaciones por máxima verosimilitud aproximada, basado en Tejada (2006). Por el principio de parsimonia, se eligió el criterio de Schwarz que arrojó dos rezagos para las ecuaciones de estado, mientras que el criterio de Akaike superó esta longitud de retardos en las ecuaciones de estado de los componente idiosincráticos del modelo.

Cuadro 5: Estimación del modelo

Parámetros	Distr.	Estimación bayesiana					Estimación Loglikelihood
		Prior		Posterior			
		Mean	SD	Mean	SD	Mediana	
γ_1	N	0	1	1.1841	0.2473	1.1637	0.9995
γ_2	N	0	1	0.8042	0.1664	0.7825	0.9992
γ_3	N	0	1	0.5381	0.2055	0.5245	0.9996
γ_{40}	N	0	1	0.3818	0.1515	0.3640	0.2873
γ_{41}	N	0	1	0.9075	0.2091	0.8896	0.3846
γ_{42}	N	0	1	0.1998	0.1444	0.1943	0.2336
γ_{43}	N	0	1	0.0398	0.1378	0.0442	0.0454
γ_5	N	0	1	0.1692	0.1268	0.1616	0.9862
ϕ_1	N	0	1	0.4674	0.1087	0.4669	0.1338
ϕ_2	N	0	1	0.0826	0.0909	0.0835	0.5334
ψ_{11}	N	0	1	0.0944	0.0661	0.0934	0.1847
ψ_{12}	N	0	1	0.1856	0.0646	0.1853	0.1797
ψ_{21}	N	0	1	0.1029	0.0718	0.1049	0.4928
ψ_{22}	N	0	1	0.0623	0.0715	0.0627	-0.0607
ψ_{31}	N	0	1	0.1666	0.0556	0.1656	0.1467
ψ_{32}	N	0	1	0.1382	0.0569	0.1366	0.1233
ψ_{41}	N	0	1	-0.0163	0.0600	-0.0158	0.0280
ψ_{42}	N	0	1	0.0060	0.0577	0.0061	0.1109
ψ_{51}	N	0	1	0.0283	0.0577	0.0305	-0.0396
ψ_{52}	N	0	1	0.1076	0.0576	0.1074	-0.0004
ψ_{61}	N	0	1	-0.0061	0.0542	-0.0061	-0.6756
ψ_{62}	N	0	1	0.0293	0.0560	0.0310	-0.0629
σ_v^2	IG	-	-	0.9110	0.3668	0.8561	0.5770
$\sigma_{\omega_1}^2$	IG	-	-	2.3326	0.2535	2.3269	2.7135
$\sigma_{\omega_2}^2$	IG	-	-	5.7242	0.4577	5.7001	0.6088
$\sigma_{\omega_3}^2$	IG	-	-	5.7242	0.4577	5.7001	5.5285
$\sigma_{\omega_4}^2$	IG	-	-	2.6583	0.2147	2.6420	3.3500
$\sigma_{\omega_5}^2$	IG	-	-	3.3370	0.2922	3.3283	2.5167
$\sigma_{\omega_6}^2$	IG	-	-	4.6931	0.5261	4.6332	5.2854

N: Distribución Normal; IG: Distribución Inversa Gamma.

Nota: La simulación de Gibbs está basada en 10.000 réplicas. La estimación bayesiana con simulaciones de Gibbs y la estimación por máxima verosimilitud (loglikelihood) fueron realizadas en código GAUSS 6.0. Los criterios de Akaike y Schwarz resultantes para la especificación de los componentes autorregresivos de las ecuaciones de estado fueron -8.2135 y -7.9476, respectivamente.

Del Cuadro anterior se tiene que, en general la estimación *posterior* de la respuesta de cada indicador parcial a las variaciones del estado subyacente de actividad muestra un orden de magnitud cualitativamente similar a la estimación por máxima verosimilitud aproximada. En particular, las ventas de materiales de construcción, tanto del comercio al por mayor como

al por menor, son las que poseen los comovimientos más cercanos con el estado subyacente de actividad sectorial, llamado Imacon. Otro indicador que responde mayormente a las variaciones del estado subyacente es el empleo de la construcción, aunque, similar a lo observado en la estimación por máxima verosimilitud, su mayor correlación con los movimientos del Imacon ocurre con un mes de rezago. Esto último es coherente con los costos de despido del mercado laboral que tienden a retrasar las decisiones de contratación o desvinculación de la mano de obra, generando un cierto desfase entre la dinámica del empleo y el ciclo económico de la construcción.

Finalmente, con relación a la estimación de los coeficientes de la ecuación del estado subyacente (ϕ_1, ϕ_2), los resultados son algo distintos entre ambos métodos de estimación. El método bayesiano (con simulaciones de Gibbs) arroja un mayor valor del parámetro que acompaña al primer rezago ($\phi_1 = 0,46$) del proceso $AR(2)$ que resume la dinámica del estado subyacente. En tanto, a partir de la estimación por máxima verosimilitud se tiene que el mayor valor de los coeficientes corresponde al segundo componente de rezago ($\phi_2 = 0,53$). No obstante, cabe destacar que en el largo plazo se aprecia una relativa convergencia de los promedios incondicionales de ambas ecuaciones de estado. Para ambos casos, se toma como intercepto el valor calibrado de δ que se muestra en el Cuadro 6.

Cuadro 6: Parámetros calibrados

Parámetros	Valor	Fuente
γ_6	1	Tejada (2006), Mariano y Murasawa (2003).
δ	0.3459*	Basado en PIB construcción, Banco Central de Chile.

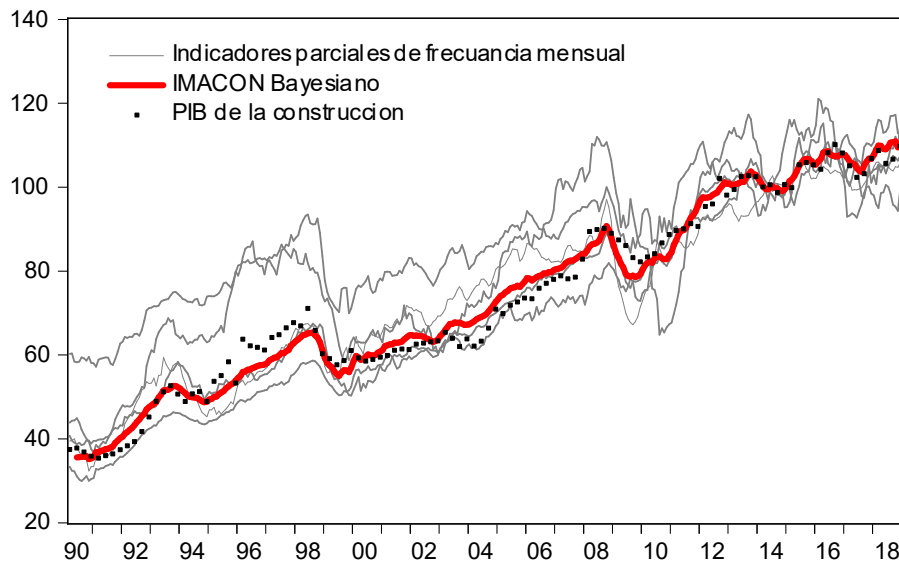
* El crecimiento trimestral del PIB de la construcción desestacionalizado (1,04 %, promedio 1990:Q1-2019:Q1) fue dividido por 3 para aproximar la tasa de crecimiento mensual del valor agregado del sector.

No obstante lo anterior, cabe recalcar que el objetivo principal del presente trabajo es estimar el estado subyacente que impulsa la actividad de la construcción en su conjunto, y no los parámetros estructurales del sistema. Desde esta perspectiva, los coeficientes estimados no necesariamente poseen una interpretación económica directa. Por lo que, su utilidad está en la agregación para confeccionar un indicador sistemático que permita evaluar continuamente el desempeño del sector construcción. En este sentido, cobra mayor importancia la simplicidad y estabilidad del indicador a utilizar, independientemente de las propiedades estadísticas e interpretativas de los coeficientes estimados del modelo. Así, el estado subyacente de actividad o índice de actividad de la construcción (Imacon) es obtenido a través del Filtro de Kalman, usando los parámetros estimados y calibrados de los Cuadros 5 y 6, respectivamente. Por construcción el Imacon está expresado en un promedio móvil combinado, ya que los permisos de edificación fueron transformados en un promedio móvil de 12 meses, por ser una variable de característica almacenable; mientras que para el resto de indicadores se optó por trimestres móviles, en línea con la definición original del empleo de la construcción. De esta forma, continúa siendo predominante el promedio móvil de tres meses en la estimación del índice de actividad sectorial.

La Figura 4 presenta el Imacon bayesiano y los indicadores parciales de frecuencia mensual y trimestral que lo componen. Como se puede notar, el comportamiento del índice estimado

exhibe una tendencia acorde con los comovimientos de los indicadores parciales y, en todo el período analizado, el índice agregado de actividad se comporta como una media ponderada de estos. Además, el Imacon, al igual que en Tejada (2006), sigue muy de cerca la trayectoria del nivel del PIB de la construcción. Ello permite que el índice tenga interpretación económica en niveles, por lo que se define como una medida latente del valor agregado que genera la actividad de la construcción en periodicidad mensual.

Figura 4: Imacon bayesiano con 10 mil simulaciones de Gibbs e indicadores parciales de frecuencia mixta (Año base 2014=100)

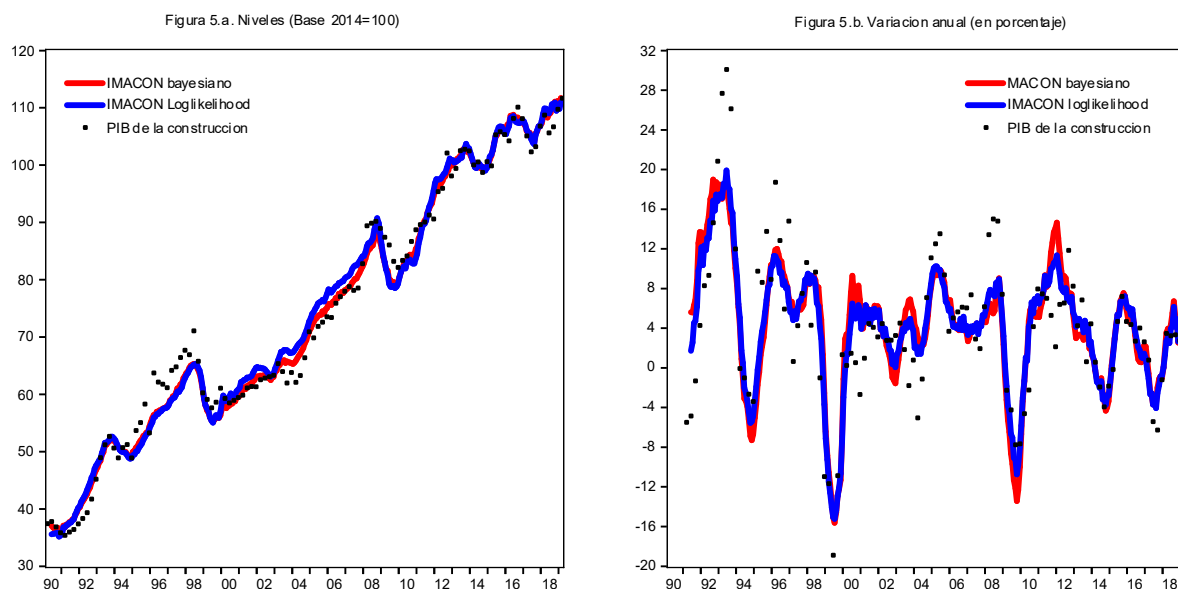


Nota: Los indicadores parciales de frecuencia mensual son cinco: venta de materiales al por menor, venta de materiales al por mayor, superficie aprobada para edificación, empleo construcción y consumo aparente de cemento.

Por su parte, la Figura 5 compara la evolución del índice bayesiano con su par estimado por máxima verosimilitud aproximada. Ambos indicadores presentan una correlación de 99 % en niveles, 97 % en variación mensual y 98 % en variación anual. Con relación al PIB de la construcción, el Imacon bayesiano presenta una correlación de 99 % en niveles, 50 % en variación trimestral y 80 % en variación anual, cifras muy cercanas en el caso del Imacon estimado por el método de máxima verosimilitud aproximada (99 %, 54 % y 80 %, en niveles, en crecimiento mensual y anual, respectivamente). Ambos indicadores mensuales presentan prácticamente el mismo comportamiento y una alta correlación con el PIB de la construcción –uno de los indicadores más coincidentes de la actividad sectorial de frecuencia trimestral. Sin embargo, la ventaja del índice estimado por el método bayesiano respecto del método tradicional de Máxima Verosimilitud es su flexibilidad a la incorporación de información complementaria a la ya contenida en los indicadores parciales de actividad sectorial. Así, el método clásico de máxima verosimilitud, utilizado por Piguillem (2004) y Tejada (2006), tienden a ser rígidos a la incorporación de nueva información, tales como: expectativas o simulación de escenarios de riesgos (incertidumbre) en torno al estado de la actividad de la construcción. Por lo que, contar con un modelo flexible que permita combinar la información objetiva de los indicadores parciales del modelo con distribuciones *priors* de información

(supuestos basados en el juicio de valor de los expertos del mercado o información anticipada no capturada por los datos), contribuye a complementar enormemente el análisis económico del sector construcción.

Figura 5: Imacon bayesiano (con 10 mil simulaciones de Gibbs), Imacon estimado por máxima verosimilitud aproximada y PIB de la construcción (en niveles, con año base 2014=100; y en tasa de crecimiento anual, en porcentaje)



Nota: Los siguientes gráficos comparan la estimación frecuentista de máxima verosimilitud aproximada con la estimación por el método bayesiano con simulaciones de Gibbs. Sin bien las diferencias son mínimas, la ventaja de la estimación bayesiana es que permite simular escenarios de riesgo para el Sector, a partir de modificaciones en los *priors* de la distribución de los parámetros del modelo de espacio-estado del Imacon.

A continuación, como ejercicio de aplicación, la Sección 4.3 muestra la respuesta del Imacon ante escenarios de creciente incertidumbre o volatilidad generalizada en el sector. Por lo que, se trata de responder cuantitativamente ¿cuál sería el comportamiento del Imacon ante una mayor volatilidad del sector en su conjunto?. Para este propósito, se proponen distintos *priors* de la distribución inversa-gamma de la varianza del Imacon (o estado subyacente no observable de actividad), condicional al conjunto de información disponible hasta $t-1$. Así, se supone que una mayor varianza corresponde a una mayor volatilidad o incertidumbre sobre el desempeño de los negocios ligados al desarrollo de la edificación y obras civiles. Las acciones que podrían gatillar un estado de elevada incertidumbre podría ser variada. Por ejemplo, la falta de certeza jurídica de los permisos de edificación y los crecientes eventos de congelamiento de la superficie aprobada para la edificación –ya sean por motivos de densificación y/o uso del suelo– contribuyen a la mayor incertidumbre en torno a la inversión en construcción. Esto último incide en la intensidad de uso de los insumos (empleo y materialidad) que forman parte de los indicadores parciales del Imacon.

4.3. Simulación del Imacon bajo un escenario de incertidumbre global del sector construcción

En esta sección se estima el comportamiento del Imacon bajo un escenario de mayor incertidumbre (volatilidad) generalizada en el sector construcción. Esta mayor volatilidad

puede provenir de diversas fuentes, tales como: la incertidumbre de origen interno, gatillada por un mal manejo de la política económica, por ejemplo; y/o shocks de fuentes externas, como los potenciales efectos de la intensificación del conflicto comercial entre Estados Unidos y sus principales socios comerciales. En este apartado, el escenario de mayor volatilidad en la actividad de la construcción es simulado a través del *prior* de la distribución inversa-gamma de la varianza que forma parte de la dinámica del Imacon. En este caso, σ_ν^2 es la varianza del componente idiosincrático de la ecuación de estado que modela el comportamiento del Imacon, y que forma parte del sistema descrito en la Sección 3.

$$\Delta y_t = \delta + \phi_1 \Delta y_{t-1} + \phi_2 \Delta y_{t-2} + \nu_t; \quad V(\nu_t) \equiv \sigma_\nu^2$$

Donde, Δy_t es el crecimiento mensual del estado subyacente de actividad (Imacon). Por definición, la varianza σ_ν^2 es una variable aleatoria con distribución inversa-gamma, formalmente se tiene:

$$\sigma_\nu^2 \mid \delta, \tilde{\phi}, \tilde{\gamma}, \tilde{\psi}, \tilde{\sigma}_\omega^2, \Delta \tilde{y}_T, \Delta \tilde{c}_T \sim IG \left(\frac{\alpha_\nu + (T - 2)}{2}, \frac{\beta_\nu + \sum_{t=1}^T \nu_t^2}{2} \right)$$

El coeficiente α_ν define la forma de la distribución; β_ν es un parámetro de escala; *IG* es la notación de la distribución inversa-gamma. En el presente ejercicio, se proponen cuatro escenarios con distintos valores para el coeficiente de escala (β_ν) de la distribución *prior* inversa-gamma. Esto con el propósito de medir la respuesta del Imacon a escenarios de creciente volatilidad de la actividad del sector construcción. El escenario base corresponde a la estimación inicial de la varianza del indicador σ_ν^2 presentada en el Cuadro 5, cuyo valor fue 0,91 –medida que permitió un buen ajuste (99%) del nivel del Imacon con la evolución observada del PIB de la construcción desestacionalizado. El primer escenario, considerando un *prior* aleatorio de $\beta_\nu = 250$, arroja una varianza *posterior* de 10,14, cifra que representa 11,3 veces la varianza del escenario base. A medida que aumenta el parámetro de escala en los siguientes tres escenarios (II, III y IV), la varianza *posterior* del Imacon se amplifica hasta 41 veces el valor de su par obtenido en la estimación base o inicial. Por lo que, la actividad de la construcción es altamente sensible a escenario de elevada incertidumbre, los cuales han sido aproximados a través de la varianza de la ecuación de estado que modela la dinámica del Imacon. Estos resultados se resumen en el Cuadro 7 que se presenta a continuación.

Cuadro 7: Respuesta del IMACON a escenarios de mayor volatilidad global del sector (con 10 mil simulaciones de Gibbs)

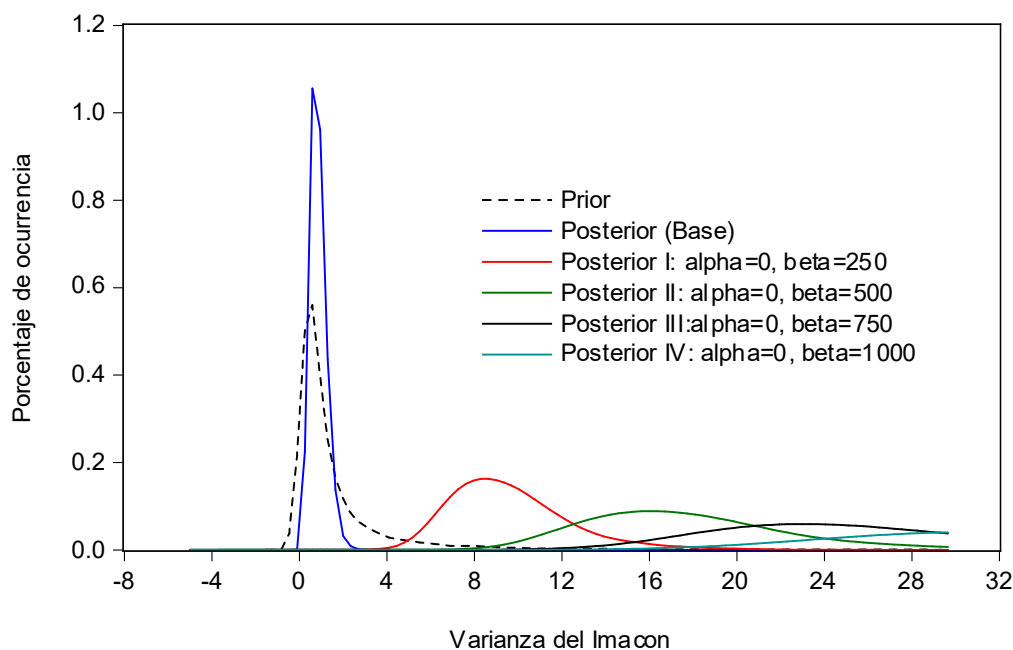
Parámetros	Prior	Escenarios				
		Base	I	II	III	IV
α_ν	IG	0	0	0	0	0
β_ν	IG	0	250	500	750	1000
Resultados <i>posterior</i>						
σ_ν^2		0.9110	10.1456	18.1408	25.7524	36.6954
$\sigma_\nu^2 / \sigma_\nu^2(\text{base})$		1.00	11.3442	20.2839	28.7947	41.0304

IG: Distribución inversa-gamma.

Las distribuciones inversa-gamma *prior* y *posterior* de la varianza condicional del Imacon (σ_ν^2) para los cuatro escenarios alternativos, incluyendo el escenario base, se muestran gráficamente en la Figura 6. Como es de esperar, escenarios de mayor volatilidad relativa a la

observada originalmente en los datos, tienden a arrojar una menor probabilidad de ocurrencia.

Figura 6: Funciones de distribución inversa-gamma *prior* y *posterior* de la varianza condicional del Imacon (σ_ν^2) para distintos escenarios de riesgo



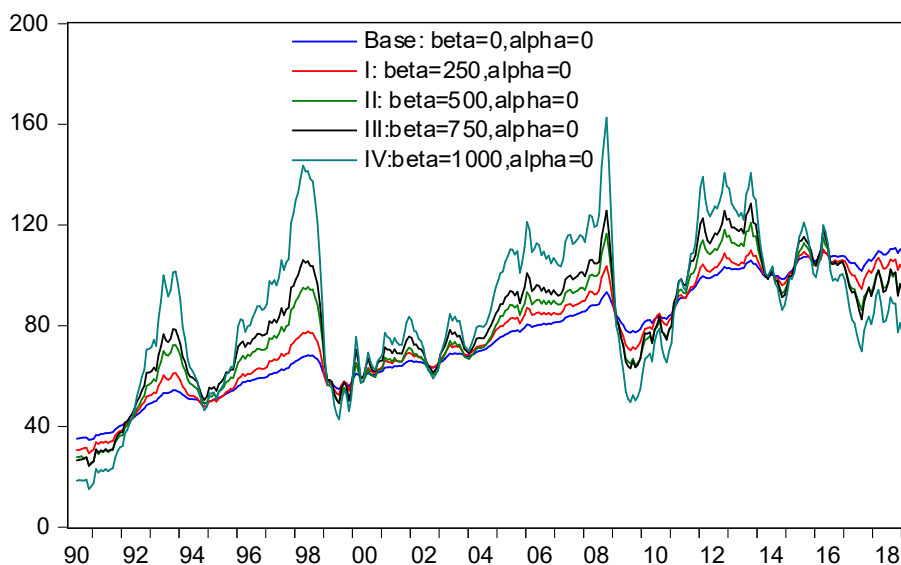
Nota: La distribución *prior* del escenario base considera valores para α_ν y β_ν iguales a cero, respectivamente.

A continuación, la Figura 7 compara la evolución del Imacon bayesiano, inicialmente estimado en la Sección 4.2, con las estimaciones resultantes de los cuatro escenarios de riesgo considerados previamente, en donde se plantearon distintos *priors* que amplifican la varianza o volatilidad generalizada del sector. De la Figura 7 se desprende que a medida que aumenta la incertidumbre, se amplifican los ciclos de la actividad sectorial respecto de la serie correspondiente al escenario base. En efecto, al considerar los cuatro escenarios de mayor volatilidad, se tiene que la tasa de crecimiento mensual y anual de la actividad de la construcción –medida por el Imacon– arroja valores negativos, advirtiendo de un potencial estado recesivo del sector.

Como se mencionó previamente, la fuente generadora de la mayor volatilidad en la dinámica del sector no está identificada en este modelo, por lo que ésta puede ser tanto de origen interno como externo. En el actual contexto económico estarían operando ambas: en lo internacional preocupa principalmente el efecto que pudiese desencadenar el mayor deterioro de las relaciones comerciales entre Estados Unidos y sus principales socios comerciales, esto según se desprende de la encuesta que aplica la Cámara Chilena de la Construcción (CChC) a sus empresas socias. En el plano nacional, la misma encuesta de la CChC revela que los mayores temores de los empresarios se concentran en el efecto que tendría la reforma tributaria y laboral sobre el retorno esperado en sus inversiones. A esto se suman los mayores costos de tramitación ligados al proceso de aprobación de los proyectos en cartera. Ambos escenarios de riesgo (externo e interno), en parte, podrían retrasar la ejecución de grandes proyectos de

inversión sectorial respecto de lo previsto para 2019.

Figura 7: Respuesta del IMACON a escenarios de mayor volatilidad global del sector (con 10 mil simulaciones de Gibbs; año base 2014=100)



5. Conclusiones

El método clásico de estimación por máxima verosimilitud del índice mensual de actividad de la construcción (Imacon) es rígido a la incorporación de nuevas medidas de incertidumbre, expectativas o diferentes niveles de volatilidad (riesgos) sobre el estado de la actividad de la construcción. Con este propósito, el presente trabajo utilizó inferencia bayesiana con 10 mil simulaciones de Gibbs y el filtro de Kalman para estimar los parámetros del modelo espacio-estado del Imacon, inspirado en los trabajos originales de Mariano y Murasawa (2003) y Kim y Nelson (1998). Así, el presente trabajo constituye una extensión natural del método frecuentista empleado por Tejada (2006) en la estimación del antiguo Imacon. En particular, el método bayesiano permite combinar la información objetiva (de seis indicadores de actividad parcial de frecuencia mensual y trimestral) con nueva información contenida en los *priors* de la distribución de los parámetros que aproximan la medida latente del valor agregado de la construcción en frecuencia mensual. En efecto, al ser estos *priors* susceptibles a cambios, le otorgan flexibilidad al modelo original del Imacon para evaluar escenarios de riesgo y, al mismo tiempo, adaptarse a la mayor volatilidad relativa que caracteriza a la actividad sectorial. Por lo que, contar con un modelo flexible que permita combinar la información objetiva de datos observables con distribuciones *priors* de información, contribuyó a complementar el análisis económico del sector construcción.

Por otra parte, los indicadores parciales del nuevo Imacon provienen únicamente de fuentes de información oficial, tales como el INE, Banco Central y estadísticas aduaneras. En principio, ello otorga mayor valor al análisis del indicador, ya que su desempeño se fundamenta

en métodos de recopilación estadística de estándar internacional y con mayor representatividad en todo Chile. Particularmente, los antiguos índices de ventas reales de proveedores, despachos físicos industriales y la actividad de contratistas generales, elaborados en base a la información mensual entregada por una muestra poco representativa de empresas socias de la CChC, son reemplazados por las siguientes variables de frecuencia mensual: índice de ventas al por mayor de materiales de construcción, índice de ventas al por menor de materiales de construcción y el consumo aparente de cemento (medido en toneladas). Los dos primeros indicadores son publicados por el INE, con año base 2014 y con representatividad estadística a nivel nacional. Por su parte, el consumo aparente de cemento es una variable compuesta: se define como la suma de los despachos físicos de cemento con las importaciones del mismo insumo (obtenido de las bases de aduanas).

Por último, la superficie aprobada para la edificación, previamente corregida por los efectos estacionales, fue transformada en promedios móviles de doce meses. Esto con el propósito de capturar los efectos de la ejecución de los permisos totales de edificación en la actividad sectorial. Esta transformación fue basada en estudios previos sobre la identificación del tiempo promedio de inicio de obras de la edificación habitacional y en un ejercicio propio de correlaciones dinámicas entre la serie de permisos totales y el PIB de la construcción. En efecto, esta técnica permitió visualizar con mayor claridad el patrón común de comportamiento en los indicadores parciales de actividad de la construcción.

ANEXO

Generando $\tilde{\phi} \mid \Delta\tilde{y}_T, \Delta\tilde{c}_T$: $\tilde{\phi}$ condicional las señales objetivas de los indicadores parciales ($\Delta\tilde{c}_T$) y al estado subyacente ($\Delta\tilde{y}_T$)

Considere la ecuación de estado que describe la ley de movimiento del Imacon, que forma parte del modelo espacio-estado discutido en la primera parte de la Sección 3:

$$\Delta y_t = \delta + \phi_1 \Delta y_{t-1} + \phi_2 \Delta y_{t-2} + \nu_t \quad [\text{Ec. 3.1.2.a}]$$

Kim y Nelson (1999) muestran que, condicional a Δy_t , la ecuación de estado anterior es independiente al resto de las variables del modelo, ya que ν_t es un componente de error idiosincrático no correlacionado con los otros componentes de error del sistema espacio-estado. Por lo que, la estimación de ϕ_1 y ϕ_2 se condiciona simplemente a Δy_t . Así, el *prior* y *posterior* de la distribución del vector de variables aleatorias $\tilde{\phi} \equiv [\phi_1, \phi_2]'$ se resumen a partir de la siguiente representación matricial de la ecuación de estado que gobierna la dinámica del Imacon (estado subyacente no observable de actividad de la construcción):

$$\Delta y_T = \delta \mathbf{1}_T + X \tilde{\phi} + \nu_T \quad N \sim (0, \sigma_\nu^2 I)$$

donde, $\mathbf{1}_T$ es un vector de unos y X es la matriz de rezagos de Δy_T . Con esto y combinando la estimación por máxima verosimilitud con la distribución *prior* normal multivariada de $\tilde{\phi}$, se tiene la siguiente distribución *posterior*:

$$\tilde{\phi} \mid \Delta\tilde{y}_T \sim N \left([\Sigma_0^{-1} + X'X]^{-1} [\Sigma_0^{-1} \tilde{\phi}_0 + X' \Delta\tilde{y}_T], [\Sigma_0^{-1} + X'X]^{-1} \right)_{I[s(\tilde{\phi})]}$$

donde, $\tilde{\phi}_0$ y Σ_0 son las matrices de media y varianza de la distribución *prior* normal multivariada. Por otra parte, cabe mencionar que $\tilde{\phi}$ es generado a partir de la distribución normal *posterior* no truncada, por lo que es probable que la estimación arroje valores para este coeficiente tal que el proceso sea no estacionario. Para evitar estos casos, se mantiene la iteración en el proceso de estimación, hasta que las raíces del polinomio de rezagos $\phi(L) = 0$ se encuentren fuera del círculo unitario.

Generando $\tilde{\gamma}, \tilde{\psi}, \sigma_\nu^2, \tilde{\sigma}_\omega^2 \mid \Delta\tilde{y}_T, \Delta\tilde{c}_T$: $\tilde{\gamma}, \tilde{\psi}, \sigma_\nu^2, \tilde{\sigma}_\omega^2$ condicional a las señales objetivas de los indicadores parciales ($\Delta\tilde{c}_T$) y al estado subyacente ($\Delta\tilde{y}_T$)

Siguiendo de cerca a Kim y Nelson (1999), el primer paso es estimar cada una de las variables contenidas en el vector $\tilde{\gamma}$, condicional a que el resto de variables aleatorias ($\tilde{\psi}, \sigma_\nu^2, \tilde{\sigma}_\omega^2, \Delta\tilde{y}_T, \Delta\tilde{c}_T$) están dadas. Así, combinando la verosimilitud con la distribución *prior* normal multivariada para $\tilde{\gamma}$, se tiene la siguiente distribución *posterior*:

$$\tilde{\gamma}_j \mid \psi_{j1}, \psi_{j2}, \sigma_\nu^2, \sigma_{\omega_j}^2, \Delta\tilde{y}_T, \Delta\tilde{c}_{jT}^* \sim N \left(\mu_{\tilde{\gamma}_j}, \Sigma_{\tilde{\gamma}_j} \right) \quad \text{para } j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

donde,

$$\mu_{\tilde{\gamma}_j} = [\Sigma_{0\tilde{\gamma}_j}^{-1} + \sigma_{\omega_j}^2 (\Delta\tilde{y}_T)' (\Delta\tilde{y}_T)]^{-1} [\Sigma_{0\tilde{\gamma}_j}^{-1} \tilde{\gamma}_0 + \sigma_{\omega_j}^2 (\Delta\tilde{y}_T)' (\Delta\tilde{c}_{jT}^*)]$$

$$\Sigma_{\tilde{\gamma}_j} = [\Sigma_{0j}^{-1} + \sigma_{\omega_j}^2 (\Delta\tilde{y}_T)' (\Delta\tilde{y}_T)]^{-1}$$

donde, $\tilde{\gamma}_0$ y $\Sigma_{0\tilde{\gamma}_j}^{-1}$ son las matrices de media y varianza de la distribución *prior* normal multivariada.

El segundo paso es generar $\tilde{\psi}$ condicional a $\tilde{\gamma}$, σ_ν^2 , $\tilde{\sigma}_\omega^2$, $\Delta\tilde{y}_T$, $\Delta\tilde{c}_T$. Para obtener la distribución posterior de $\tilde{\psi}$, nos centramos en el sistema de ecuaciones de medida discutido en la primera parte de la Sección 3.

$$e_{j,t} = \psi_{j1}e_{j,t-1} + \psi_{j2}e_{j,t-2} + \omega_{j,t} \quad [\text{Ec. 3.1.3.a}]$$

donde, $e_{j,t} = (\Delta c_{j,t}^* - \mu_j) - \gamma_j \Delta y_t$ para $j = 1, 2, 3, 5$; para la variable de empleo de la construcción $j = 4$, la definición es la siguiente $e_{4,t} = (\Delta c_{4,t}^* - \mu_4) - \sum_{i=0}^5 \gamma_{4i} \Delta y_{t-i}$; y para el caso del PIB de la construcción (variable de frecuencia trimestral, pero tratada como una serie mensual con observaciones perdidas), la definición es $e_{6,t} = (\Delta c_{6,t}^* - \mu_6) - \gamma_6 (\sum_{l=0}^4 \Delta y_{t-l})$. Considere la siguiente representación matricial de la ecuación anterior:

$$\tilde{e}_{j,T} = Z_i \tilde{\psi}_j + \omega_{j,T} \text{ con } \omega_{j,T} \sim N(0, \sigma_{\omega_j}^2 I_{T-2})$$

donde, Z_i es la matriz que contiene los rezagos de $e_{j,T}$. Finalmente, la combinación de la función de verosimilitud con la distribución *prior* normal multivariada de $\tilde{\psi}$, se tiene la siguiente distribución *posterior*.

$$\tilde{\psi}_j \mid \tilde{\gamma}, \sigma_\nu^2, \sigma_{\omega_j}^2, \Delta\tilde{y}_T, \Delta c_{jT}^* \sim N(\mu_{\tilde{\psi}_j}, \Sigma_{\tilde{\psi}_j})_{I[s(\tilde{\psi})]} \text{ para } j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

Con

$$\mu_{\tilde{\psi}_j} = [\Sigma_{0\tilde{\psi}_j}^{-1} + \sigma_{\omega_j}^2 Z_i' Z_i]^{-1} [\Sigma_{0\tilde{\psi}_j}^{-1} \tilde{\psi}_0 + \sigma_{\omega_j}^2 Z_i' \tilde{e}_{j,T}]$$

$$\Sigma_{\tilde{\psi}_j} = [\Sigma_{0\tilde{\psi}_j}^{-1} + \sigma_{\omega_j}^2 Z_i' Z_i]^{-1}$$

donde, $\tilde{\psi}_0$ y $\Sigma_{0\tilde{\psi}_j}^{-1}$ son las matrices de media y varianza de la distribución *prior* normal multivariada. Por otra parte, se mantiene iterando el proceso de simulación de Gibbs hasta que las raíces del polinomio de rezagos $\psi(L) = 0$ se encuentren fuera del círculo unitario.

Por último, se obtienen las varianzas σ_ν^2 y $\tilde{\sigma}_\omega^2$ condicional a $\tilde{\psi}$, $\tilde{\gamma}$, $\Delta\tilde{y}_T$, $\Delta\tilde{c}_T$. Combinando la función de verosimilitud obtenida de la ecuación 3.1.2.a con la distribución *prior* inversa-gamma, se tiene la distribución *posterior* de σ_ν^2 . De igual forma, al combinar la verosimilitud proveniente de la ecuación 3.1.3.a con la distribución *prior* inversa-gamma, se logra la distribución *posterior* de $\tilde{\sigma}_\omega^2$.

$$\sigma_\nu^2 \mid \delta, \tilde{\phi}, \tilde{\gamma}, \tilde{\psi}, \tilde{\sigma}_\omega^2, \Delta\tilde{y}_T, \Delta\tilde{c}_T \sim IG\left(\frac{\alpha_\nu + (T-2)}{2}, \frac{\beta_\nu + \sum_{t=1}^T \nu_t^2}{2}\right)$$

$$\sigma_{\omega_j}^2 \mid \psi_{j1}, \psi_{j2}, \Delta\tilde{y}_T, \Delta c_{jT}^* \sim IG\left(\frac{\alpha_{\omega_j} + (T-2)}{2}, \frac{\beta_{\omega_j} + (\tilde{e}_{j,T} - Z_i \tilde{\psi}_j)' (\tilde{e}_{j,T} - Z_i \tilde{\psi}_j)}{2}\right)$$

para $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

Bibliografía

- 1 Contreras, Javier y Idrovo, Byron (2018). *Backcasting Cement Production and Characterizing Cement's Economic Cycles for Chile (1991–2015)*, Empirical Economics. <https://doi.org/10.1007/s00181-018-1506-8>
- 2 Idrovo, Byron y Lozano, Javier(2018). *¿Cuánto Tardan los Permisos de Edificación Habitacional en Iniciar Obras?: Caso Chile*, Documentos de Trabajo, No. 86. Cámara Chilena de la Construcción.
- 3 Easton, Pablo y Idrovo, Byron (2016). *Infraestructura y Crecimiento Económico en Chile* [Mimeo]. Cámara Chilena de la Construcción.
- 4 Idrovo, Byron (2013). *Inversión en Infraestructura Pública y Crecimiento Económico, Evidencia para Chile*, Documentos de Trabajo, No. 74. Cámara Chilena de la Construcción.
- 5 Tejada, M. (2006). *Índice Mensual de Actividad de la Construcción: Un Indicador de Frecuencias Mixtas*, Documentos de Trabajo, No. 34. Cámara Chilena de la Construcción.
- 6 Piguillem, Facundo. (2004a). *Los Ciclos Agregados Y Los Ciclos De La Construcción*, Documentos de Trabajo, No. 18. Cámara Chilena de la Construcción.
- 7 Piguillem, Facundo. (2004b). *Un Indicador Mensual de Actividad de la Construcción*, Documentos de Trabajo, No. 20. Cámara Chilena de la Construcción.
- 8 Mariano, Roberto y Murasawa, Yasutomo (2003). *A New Coincident Index of Business Cycles Based on Monthly and Quarterly Series*, Journal of Applied Econometrics, 18(4), pp. 427-43.
- 9 Melo, Luis y Fabio Nieto (2001). *About a Coincidente Index for the State of the Economy*, Borradores de Economía 194, Banco de la Republica de Colombia.
- 10 MacKinnon, J. G., A. A. Haug, y L. Michelis (1999). *Numerical distribution functions of likelihood ratio tests for cointegration*, Journal of Applied Econometrics, 14, 563–577.
- 11 Kim, Chang-Jin y Nelson, Charles (1998). *State Space Model with Regime Switching*, The MIT Press. Cambridge, MA.
- 12 Enders, Walter (1995). *Applied Econometric Time Series*, John Wiley & Sons, Inc.
- 13 Hamilton, James D. (1994). *Times Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- 14 Stock, James y Watson, Mark (1989). *New Indexes of Coincident and Leading Economic Indicators*, NBER Macroeconomic Annuals, pp. 351-394.
- 15 German, Stuart y German, Donald (1984). *Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions and the Bayesian Restoration of Images*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 6, 721-741.

- 16 Harvey, Andrew C. (1981). *Time Series Models*, Oxford: Phillip Allan and Humanities Press.
- 17 Banco Central de Chile. *Informes de Cuentas Nacionales*. www.bcch.cl.
- 18 Instituto Nacional de Estadísticas de Chile (INE). www.ine.cl.
- 19 Servicio Nacional de Aduanas. www.aduana.cl.